
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

12/06/2006

Esercizio 1 Dati $x = 1/3$, $y = 1/5$, siano \tilde{x} e \tilde{y} i corrispondenti valori arrotondati in $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{2,4,m,M}$.

- Per calcolare \tilde{x}/\tilde{y} , dove $/$ rappresenta la divisione di macchina di \mathcal{F} (cioè la divisione con arrotondamento del risultato), si applica il seguente algoritmo: si riconvertono \tilde{x} e \tilde{y} in frazioni decimali e si converte in \mathcal{F} il risultato della divisione esatta.
- Si confronti l'errore relativo del risultato con la sua limitazione teorica.

Esercizio 2 È data l'equazione $x^4 - 3x + 1 = 0$.

- Le due equazioni

$$x = g(x), \text{ dove } g(x) = \frac{x^4 + 1}{3}, \quad \text{e} \quad x = h(x), \text{ dove } h(x) = \sqrt[4]{3x - 1},$$

sono entrambe equivalenti all'equazione data?

- Si studi la convergenza dei due metodi iterativi

$$x_{i+1} = g(x_i) \quad \text{e} \quad x_{i+1} = h(x_i).$$

Esercizio 3 Sia A la matrice di ordine 3 i cui elementi sono tutti uguali a 1 e \mathbf{b} il vettore di ordine 3 i cui elementi sono tutti uguali a 3.

- Si calcoli $\det A$.
- Si determini l'insieme delle soluzioni del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- Si scriva il metodo di Gauss-Seidel applicato al sistema e se ne studi la convergenza.
- Si calcolino le prime due iterazioni a partire dal vettore $\mathbf{x}^{(0)} = [1, 1/3, 1/3]^T$.
- e*) Si commenti il risultato ottenuto in d) tenendo conto di quello ottenuto in c).

Esercizio 4 Sia $f(x) = \cos(2\pi x)$.

- Si scriva il polinomio $p(x)$ di interpolazione della $f(x)$ nei nodi $x_0 = 1/4$, $x_1 = 1/3$, $x_2 = 1/2$.
- Si determini una limitazione superiore di $|r(x)| = |f(x) - p(x)|$ sull'intervallo $[0, 1/2]$ sfruttando il teorema del resto.