

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

8/02/2005

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x)$  espressa nelle due forme

$$f(x) = \sqrt{x(1-x)} = \sqrt{x-x^2}.$$

- a) Studiare il condizionamento del calcolo di  $f(x)$ .
- b) Studiare e confrontare i due errori algoritmici.

**Esercizio 2** È data l'equazione  $f(x) = e^x \log x - 1 = 0$ .

- a) Con opportuna separazione grafica, dire quante soluzioni reali ha l'equazione e disegnare il grafico di  $f(x)$ .
- b) Studiare la convergenza del metodo delle tangenti, indicando anche come scegliere il punto iniziale e qual è l'ordine di convergenza.
- c) Dire se l'equazione  $x = g(x)$ , dove  $g(x) = -\log(\log x)$  è equivalente a quella data.
- d) Studiare la convergenza locale del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$ .

**Esercizio 3** È data una matrice  $A$  di ordine  $n \geq 3$  i cui elementi sono

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i < j, \\ i & \text{se } i = j, \\ 0 & \text{se } i > j. \end{cases}$$

- a) Per  $n = 4$  calcolare gli autovalori e gli autovettori della matrice  $A$ .
- b) Generalizzare il risultato trovato ad  $n$  qualsiasi.
- c) Scrivere una matrice  $S$  tale che  $A = SDS^{-1}$ , dove  $D$  è una matrice diagonale.

**Esercizio 4** Si vuole ottenere un'approssimazione di  $\pi$  utilizzando la relazione

$$\frac{\pi}{8} = \int_0^1 \sqrt{x(1-x)} dx,$$

e approssimando l'integrale con la formula dei trapezi.

- a) Dire come mai non è possibile sfruttare la formula del resto per trovare quanti punti occorre scegliere affinché l'errore relativo sia minore di  $10^{-6}$ ?
- b) Scrivere l'approssimazione di  $\pi$  che si ottiene con la formula dei trapezi con  $N = 10$  (non eseguire il calcolo).