

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

3/07/2006

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x)$  espressa nelle due forme

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x} = \frac{x^2 - x + 1}{x}.$$

- Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$ .
- Si studino e si confrontino i due errori algoritmici.

**Esercizio 2** È data l'equazione

$$f(x) = \frac{x^3}{2} - x + 1 = 0.$$

- Si disegni il grafico di  $f(x)$ . Quante soluzioni reali ha l'equazione?
- Si determini un numero  $\omega$  tale che il metodo delle tangenti converga per ogni  $x_0 < \omega$ .
- Si dica che cosa accade applicando il metodo delle tangenti a partire dal punto  $x_0 = 0$ .
- d\*) Si calcolino due iterazioni del metodo delle tangenti a partire dal punto  $x_0 = -2$  e si dia una limitazione dell'errore assoluto da cui è affetta l'approssimazione trovata.

**Esercizio 3** Per la risoluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , con

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 & 1 \\ 1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 2 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k \end{pmatrix}, \quad k \neq 0,$$

si vogliono utilizzare i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel.

- Esistono valori di  $k$  per cui uno dei due metodi è convergente e l'altro no?
- Scelto un valore di  $k$  per cui entrambi i metodi sono convergenti, si dica quale converge più rapidamente.

**Esercizio 4** Si vuole ottenere un'approssimazione di  $\arcsin 0.1$  utilizzando la formula

$$\arcsin 0.1 = \int_0^{0.1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx,$$

e approssimando l'integrale con la formula dei trapezi.

Si dica quanti punti occorre scegliere affinché l'errore relativo sia minore di  $10^{-6}$ .