
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

7/02/2005

Esercizio 1. Si deve calcolare la funzione $f(x)$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{2}},$$

per $0 < x < 1$. Si studi il condizionamento e la stabilità del calcolo di $f(x)$.

Esercizio 2. È data la funzione $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 1$.

- Sapendo che $f(x) = 0$ ha la soluzione $\alpha = -1/3$, si separino le altre soluzioni dell'equazione, specificando per ciascuna di esse la molteplicità.
- Si indichi con β la maggiore delle soluzioni e si studi la convergenza ad essa del metodo delle tangenti. Si indichi in particolare quale è l'ordine del metodo e che cosa accade se come punto iniziale si sceglie uno dei seguenti: $x_0 = 1/3$, $x_0 = 1/2$, $x_0 = 2$.
- c*) Si verifichi che l'ordine è quello indicato al punto (b), usando la definizione di ordine di convergenza di un metodo iterativo.

Esercizio 3. È data la matrice bidiagonale A di ordine $n \geq 3$ i cui elementi sono $a_{ii} = a_{i+1,i} = 1$ e il vettore \mathbf{b} i cui elementi sono $b_i = 2$, per $i = 1, \dots, n$.

- Si calcoli la soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- Si studi il condizionamento in norma ∞ della matrice A al variare di n .

Esercizio 4. Un metodo per approssimare π consiste nel calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx,$$

il cui valore è $\pi/4$. Si dica quanto grande deve essere preso N per ottenere un errore assoluto minore di 10^{-4} con la formula dei trapezi.