
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

21/07/2005

Esercizio 1 Per calcolare la funzione $\log x$ quando $x \geq 1/2$ si può usare l'approssimazione

$$f(x) = \frac{x-1}{x} \left(1 + \frac{x-1}{x} \right).$$

- a) Si studi il condizionamento del calcolo di $\log x$, per $x \geq 1/2$.
- b) Si studi la stabilità dell'algoritmo.

Esercizio 2 a) Quanti numeri reali x esistono tali che $x = 3 \log^2 x$?

- b) Si studi la convergenza del metodo

$$x_{i+1} = 3 \log^2 x_i,$$

indicando come scegliere il punto iniziale e qual è l'ordine di convergenza.

- c*) Si studi la convergenza del metodo per ogni possibile scelta del punto iniziale.

Esercizio 3 È dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con

$$A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 1 \\ 1 & k & 0 & 0 \\ 0 & -2 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k \end{bmatrix}.$$

- a) Per quali valori reali del parametro k i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel convergono?
- b) Esistono valori di k per cui un metodo è convergente e l'altro no?
- c) Per un valore di k per cui entrambi i metodi convergono, quale dei due è preferibile?

Esercizio 4 a) Si scriva il polinomio di secondo grado che assume nei punti $x_0 = -1$ e $x_1 = 0$ gli stessi valori di una funzione $f(x)$ assegnata e ha la stessa tangente di $f(x)$ nel punto $x_2 = 1$.

- b) Si studi il resto nel caso della funzione $f(x) = \frac{1}{2-x}$.