
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

9/06/2005

Esercizio 1 È data la funzione $f(x)$ espressa nelle due forme

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}.$$

- Studiare il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
- Studiare e confrontare i due errori algoritmici.

Esercizio 2 È data l'equazione $f(x) = 3 \cdot 2^{x+3} - 7x - 24 = 0$.

- Con opportuna separazione grafica, dire quante soluzioni reali ha l'equazione e disegnare il grafico di $f(x)$ (tenere conto delle relazioni $D 2^x = \log 2 \cdot 2^x$ e $\log 2 \sim 0.693$).
- Studiare la convergenza del metodo delle tangenti, indicando anche come scegliere il punto iniziale e qual è l'ordine di convergenza.

Esercizio 3 Per la risoluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1/2 \\ 0 & -1/2 & 2 \end{pmatrix},$$

si utilizzano i due seguenti metodi iterativi

- metodo di Jacobi,
- metodo $\mathbf{x}^{(k)} = \frac{1}{2} M^{-1}\mathbf{b} + M^{-1}N\mathbf{x}^{(k-1)}$, dove

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza dei due metodi, dire come va applicato in pratica il secondo metodo. Quale dei due è preferibile?

Esercizio 4 Si vuole ottenere un'approssimazione di $1/\log 2$ utilizzando la formula

$$\frac{1}{\log 2} = \int_0^1 2^x dx,$$

e approssimando l'integrale con la formula dei trapezi.

- Si dica quanti punti occorre scegliere affinché l'errore relativo sia minore di 10^{-6} .
- Si calcoli l'approssimazione S_N ottenuta con la formula dei trapezi con $N = 100$.
- Il valore S_N è maggiore o minore del valore esatto dell'integrale?