

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

3/11/2005

Esercizio 1 a) Si studi il condizionamento del calcolo della funzione $f(x) = \sin(kx)$, dove k è un numero intero $\neq 0$, per $x \in (0, \pi/2)$.

b) Per $k = 3$ vale la relazione

$$\sin(3x) = 3 \sin x - 4 \sin^3 x.$$

Si studi e si confronti la stabilità dei due algoritmi per il calcolo di $f(x)$ basati sulla prima e sulla seconda delle due espressioni, supponendo di servirsi di funzioni di libreria per il calcolo della funzione \sin .

Esercizio 2 È data l'equazione

$$f(x) = g(x) + 0.1x = 0, \quad \text{dove } g(x) = x^3(x-1).$$

a) Si dica quante soluzioni reali ha l'equazione e se ne diano degli intervalli di separazione. Si indichi con α la minima soluzione > 0 .

b) Si studi la convergenza del metodo delle tangenti a tutte le soluzioni dell'equazione (scelta del punto iniziale e ordine del metodo).

c) Si studi la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = -\frac{g(x_i)}{0.1}$ alla soluzione α .

Esercizio 3 È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -4 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

a) Si dica quanto è il rango di A e se ne calcolino gli autovalori e gli autovettori.

b) Si dica se A è diagonalizzabile.