
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

1/7/2005

Esercizio 1 È data la funzione $g(x) = \frac{2 - \cos x}{2x}$.

- Studiare il condizionamento del calcolo di $g(x)$.
- Studiare l'errore algoritmico, nell'ipotesi di usare una funzione di libreria per il calcolo del coseno.

Esercizio 2 È data l'equazione $f(x) = 2 - 2x^2 - \cos x = 0$.

- Con opportuna separazione grafica, dire quante soluzioni reali ha l'equazione.
- Studiare la convergenza del metodo iterativo

$$x_{k+1} = g(x_k), \quad \text{dove} \quad g(x) = \frac{2 - \cos x}{2x}$$

alle soluzioni dell'equazione (scelta del punto iniziale e ordine di convergenza).

Esercizio 3 È data la matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

- Trovare autovalori e autovettori di A .
- Il metodo iterativo $\mathbf{x}^{(k)} = A\mathbf{x}^{(k-1)}$ è convergente?
- Calcolare la successione dei vettori $\mathbf{x}^{(k)} = A\mathbf{x}^{(k-1)} / \|A\mathbf{x}^{(k-1)}\|_\infty$, a partire da un generico vettore

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \end{bmatrix} \neq \mathbf{0}, \quad \text{con} \quad x_1^{(0)} \neq x_2^{(0)}.$$

Verificare che la successione converge. Dire qual è il limite.

- * Dare una spiegazione della discrepanza fra i risultati del punto a) e del punto c).

Esercizio 4 $p(x) = 2x^2 + 3$ è il polinomio di interpolazione di una funzione $f(x)$ nei nodi $x_0 = -1$, $x_1 = 0$ e $x_2 = 1$.

- Sapendo che $f(x)$ è un polinomio di 3° grado che si annulla in 2, determinare $f(x)$.
- Trovare il massimo modulo del resto nell'intervallo $[-1, 2]$.