
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

25/05/2004

Esercizio 1 Sia $\mathcal{F} = \mathcal{F}(\beta, t, m, M)$ con $m = M$.

- Si dica quali sono il minimo numero positivo ω ed il massimo numero positivo Ω di \mathcal{F} .
- Si dica, giustificando la risposta, se i numeri $b = 1/\omega$ e $B = 1/\Omega$ appartengono a \mathcal{F} .
- Si esamini in particolare il caso $\beta = 2, t = 8$ ed $m = M = 6$.

Esercizio 2 L'equazione $x = kx(x - 1)$ ha evidentemente la soluzione $\alpha = 0$. Si studi la convergenza del metodo iterativo

$$x_{i+1} = kx_i(x_i - 1),$$

alla soluzione α per diversi valori del parametro k .

Esercizio 3 È data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} B & B \\ B & B \end{pmatrix}, \quad \text{dove } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Si dica qual è il rango di A .
- Si calcolino gli autovalori di A .
- Si dica se esiste un vettore $\mathbf{x} \in R^4$ tale che $A = \mathbf{x}\mathbf{x}^T$.
- Si dica se il metodo iterativo

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{b} - \frac{1}{4}A\mathbf{x}^{(k)}, \quad \mathbf{b} \in R^4,$$

è convergente. In tal caso si dica a cosa converge la successione dei vettori $\mathbf{x}^{(k)}$.

Esercizio 4 Si approssima l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \cos x} dx$$

con la formule dei trapezi. Si dica in quanti punti va ripartito l'intervallo $[0, \pi/2]$ affinché l'errore assoluto risulti minore di 10^{-2} .