Cognome Nome Matricola Firma

Corso di Laurea in Informatica

SECONDA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

21/12/2004

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ così definita

$$f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}\left[\min_{i=1,\dots,n} |x_i| + \max_{i=1,\dots,n} |x_i| \right].$$

1. Si dimostri che per $n = 2$ la funzione è una norma.
2. Si verifichi, con un controesempio, che per $n > 2$ la funzione non è una norma.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

1. Si dica se il metodo di Jacobi è convergente.
2. Si dica se il metodo di Gauss-Seidel è convergente.

Esercizio 3. È noto che le seguenti funzioni di n

$$s(n) = \sum_{i=1}^{n} i \quad \text{e} \quad t(n) = \sum_{i=1}^{n} i^3$$

sono entrambe polinomi in n, ed esattamente $s(n)$ di grado 2 e $t(n)$ di grado 4.

1. Si determini $s(n)$ come polinomio di interpolazione a partire dai valori assunti per $n = 1, 2, 3$.
2. Si verifichi che $s^2(n) = t(n)$ per $n = 1, 2, 3, 4, 5$.
3. È $t(n) = s^2(n)$ per ogni n? Perché?