

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica

PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

17/11/2004

Esercizio 1 È nota dalla trigonometria la relazione

$$f(x) = \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}, \quad \text{per } x \in (0, \pi).$$

- Si studi il condizionamento del calcolo della funzione $f(x)$ per $x \in (0, \pi)$.
- Si studi e si confronti la stabilità dei due algoritmi per il calcolo di $f(x)$ basati sulla prima e sulla seconda delle due espressioni, supponendo di servirsi di funzioni di libreria per il calcolo delle funzioni tangente, seno e coseno.

Esercizio 2 È data l'equazione $x = g(x)$, con

$$g(x) = 2 - \frac{x^4}{3}.$$

- Si dica quante soluzioni ha l'equazione e se ne diano degli intervalli di separazione.
- Si dica se esiste una soluzione α a cui il metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$ converga localmente. Si assuma $x_0 = 0$ e si calcolino le prime due iterate.
- Si studi la convergenza del metodo delle tangenti applicato all'equazione $f(x) = 0$, dove $f(x) = x - g(x)$.

Esercizio 3 Sono date le due matrici

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0.2 & -1 \\ 5 & 4 & -10 \\ -1 & -0.4 & 5 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

- Sfruttando i cerchi di Gershgorin si dia una limitazione superiore al raggio spettrale di A .
- Si calcoli la matrice $B = S^{-1}AS$. Sfruttando i cerchi di Gershgorin di B si dica
- se gli autovalori di A sono tutti reali,
- se la limitazione superiore al raggio spettrale di A data al punto a) può essere migliorata,
- se la matrice A è invertibile.