

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica  
SECONDA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

17/12/2003

**Esercizio 1** È data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1/2 & 0 & -1/2 \\ 1/2 & 2 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 3/2 & 6 & 2/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & -1 \end{pmatrix}$$

Sfruttando i cerchi di Gerschgorin

- si dica quanti sono al più gli autovalori non reali di  $A$ , e per gli eventuali autovalori reali si diano degli intervalli che li contengono,
- si individuino due costanti  $\alpha, \beta \geq 0$  tali che  $\alpha \leq \rho(A) \leq \beta$ , dove  $\rho(A)$  è il raggio spettrale di  $A$ ,
- si dica se è possibile che  $\det A = 0$ ,
- si dica quanto vale la somma degli autovalori.

**Esercizio 2** È dato il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}.$$

- Si dica se il metodo di Jacobi, applicato al sistema, è convergente.
- Si dica se il metodo di Gauss-Seidel, applicato al sistema, è convergente.
- Se entrambi i metodi risultassero convergenti, si dica quale dei due sarebbe più veloce.
- Si calcolino le prime due iterate del metodo di Gauss-Seidel assumendo come vettore iniziale  $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ .

**Esercizio 3** Sono dati la funzione  $f(x) = \log_2 x$  e i nodi  $x_0 = 1/2$ ,  $x_1 = 1$  e  $x_2 = 2$ .

- Si scriva il polinomio  $p(x)$  di interpolazione.
- Si scriva la formula del resto e se ne dia una maggiorazione  $M$  per  $x \in [x_0, x_2]$ .
- \*c) Si determini il

$$\max_{x \in [x_0, x_2]} |f(x) - p(x)|$$

e lo si confronti con  $M$ .