

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

17/1/2003

**Esercizio 1** Si studi il condizionamento e la stabilità del calcolo di  $f(x) = \sin(\alpha x)$  per  $x \in \mathbf{R}$  ed  $\alpha$  intero positivo.

**Esercizio 2** Sia  $f(x) = e^{x-1} - 10x - 1$ .

- Si dimostri che  $f(x) = 0$  ha due soluzioni reali e si individuino gli intervalli di separazione.
- Si studi la convergenza (compresa scelta del punto iniziale e ordine di convergenza) del metodo delle tangenti applicato a  $f(x) = 0$ .
- Si studi la convergenza del metodo iterativo  $x_{i+1} = g(x_i)$  con

$$g(x) = \frac{1}{10} (e^{x-1} - 1),$$

per l'approssimazione delle due soluzioni.

**Esercizio 3** È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 1 & 10 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Sapendo che uno degli autovalori è uguale a 1 se ne determinino gli altri due.
- Si dica per quali valori di  $m$  il metodo iterativo

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \left(I - \frac{1}{m}A\right)\mathbf{x}^{(k)} + \frac{\mathbf{b}}{m}$$

è convergente.

- \* Si determini il valore di  $m$  per cui il raggio spettrale della matrice di iterazione è minimo.

**Esercizio 4** Si vuole approssimare

$$S = \int_0^1 \sin(x^2) dx$$

utilizzando la formula dei trapezi. Quale è il numero di intervalli  $N$  in cui deve essere diviso l'intervallo  $[0, 1]$  per approssimare  $S$  con errore assoluto in modulo minore di  $10^{-4}$ ?