

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

Prova scritta di Calcolo Numerico–Corsi A,B,C
6/6/2002

Esercizio 1

- (a) Supponendo di operare con arrotondamento, determinare i primi due interi positivi che hanno la stessa rappresentazione in $\mathcal{F}(2, 3, 5, 4)$.
(b) Stessa domanda del punto (a) per $\mathcal{F}(2, 24, 128, 127)$.

Esercizio 2 Si stabilisca per quali punti iniziali x_0 converge il metodo iterativo $x_{i+1} = g(x_i)$

(a) se

$$g(x) = \begin{cases} x/2 & \text{per } x \geq 0 \\ -3x & \text{per } x < 0 \end{cases};$$

(b) se

$$g(x) = \begin{cases} -x/2 & \text{per } x \geq 0 \\ -3x & \text{per } x < 0 \end{cases}.$$

Esercizio 3 Una matrice $A \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$ ha la seguente struttura

$$A = \begin{pmatrix} D & P \\ Q & R \end{pmatrix},$$

dove $D, P, Q, R \in \mathbf{R}^{n \times n}$ e D è una matrice diagonale. Calcolare quante operazioni moltiplicative sono richieste in generale per ridurre A in forma triangolare utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss. Assumere che non sia necessario effettuare scambi di righe.

Esercizio 4 Sia $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ e sia $A_j \in \mathbf{R}^n$ la j -esima colonna di A . Dimostrare che la funzione $\varphi(A) = \max_j \|A_j\|_2$ non definisce una norma matriciale.

Esercizio 5

- (a) Calcolare la retta di miglior approssimazione nel senso dei minimi quadrati dei tre punti $(0, 2)$, $(1, 0)$, $(3, \alpha)$.
(b) Per quale valore di α la retta di approssimazione diventa retta di interpolazione?