

Cognome

Nome

Matricola

Firma

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

Prova scritta di **CALCOLO NUMERICO** - Corsi A-B-C

07/11/2001

Esercizio 1 Si vuole approssimare la funzione $f(x) = 5e^x + 3e^{-x}$ con il polinomio $p(x) = 8 + 2x + 4x^2$ per $x \in [0, 1]$. Si vuole valutare il polinomio operando in $F = \mathcal{F}(2, 20, 128, 127)$ con arrotondamento.

- Si calcoli il numero di elementi (cardinalità) dell'insieme $G = F \cap [0, 1]$.
- Si calcoli la precisione di macchina u .
- Si individui una maggiorazione per l'errore analitico (si osservi che $p(x)$ è il polinomio di Taylor di secondo grado che approssima $f(x)$ nell'intorno di 0).
- Si individui una maggiorazione per l'errore inerente assumendo $|\epsilon_x| < u$.
- Si individui una maggiorazione per l'errore algoritmico assumendo che $p(x)$ sia calcolato con l'algoritmo suggerito dall'uguaglianza:

$$p(x) = 8 + x(2 + 4x).$$

- Si individui una maggiorazione per l'errore totale.
- Si suggerisca in che modo l'errore totale potrebbe venire ridotto.

Esercizio 2 Assegnata l'equazione $p(x) = 0$ con $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$

- Si mostri che ha tre soluzioni reali $\alpha < \beta < \gamma$.
- Si dica a quale soluzione converge il metodo di bisezione a partire da $[-2, 4]$.
- Nella situazione indicata al punto (b) quante iterazioni è necessario effettuare con il metodo di bisezione affinché l'errore assoluto diventi inferiore a 2^{-20} .
- Si dica per quali $x_0 \in [-2, -1]$ il metodo delle tangenti risulta convergente.
- Il metodo delle tangenti risulta localmente convergente a γ ? In caso affermativo si individui l'ordine di convergenza.
- Si dica se la successione generata dal metodo delle tangenti a partire dal punto iniziale $x_0 = 0$ risulta convergente.

Esercizio 3 Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 10 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Utilizzando i cerchi di

Gerschgorin ed evitando il calcolo esplicito del polinomio caratteristico si risponda alle domande seguenti.

- Si dica quanto possibile circa il numero di autovalori reali della matrice.
- Si determinino delle limitazioni inferiori e superiori per i moduli degli autovalori della matrice.
- La matrice è singolare?

(d) Si risponda alle domande (a), (b) e (c) per la matrice $B = \begin{pmatrix} 10 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.