

Diploma in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

5/6/2001

**Esercizio 1** Si suppone di avere disponibile una funzione di libreria che calcola il valore di  $\sin x$  solo per argomenti  $x \in [0, \pi/2]$ . È però possibile calcolare  $\sin x$  anche per altri argomenti facendo uso di opportune relazioni. Per esempio, se  $y \in (\pi/2, \pi)$  si può usare la relazione

$$\sin y = \sin(\pi - y),$$

perché  $\pi - y \in (0, \pi/2)$ . Un algoritmo che implementasse questa relazione sarebbe stabile?

**Esercizio 2** Si consideri la funzione

$$f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 11x - 3.$$

- (a) Si verifichi che l'equazione  $f(x) = 0$  ha tre soluzioni reali  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$ , con  $\alpha < \beta = 1 < \gamma$ .
- (b) Si studi la convergenza (compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine di convergenza) del metodo delle tangenti per l'approssimazione delle soluzioni.

**Esercizio 3** È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -2 \\ -1 & 7 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si verifichi che  $A^2 = 8A - 16I$ .
- (b) Si calcoli  $A^{-1}$  con il metodo di Gauss.
- (c) La relazione del punto (a) avrebbe potuto permettere di calcolare  $A^{-1}$  più rapidamente?
- (d) Sfruttando la relazione del punto (a) si verifichi che  $A$  ha l'autovalore 4 di molteplicità maggiore di 1.

**Esercizio 4** Siano  $x_0 = -1$ ,  $n$  un intero positivo e  $h = \frac{4}{3n}$ . Si consideri l'insieme dei punti  $x_i = x_0 + ih$ ,  $i = 0, \dots, n$ .

- (a) Per  $n = 5$  si approssimi l'integrale  $\int_{-1}^{1/3} \frac{x}{|x|} dx$  con la formula dei trapezi, applicata sui nodi  $x_i$ .
- (b) (facoltativo) Si dica quanto viene il resto al variare di  $n$ . Si confronti con la formula del resto nota dal corso e si dia una spiegazione della vistosa differenza fra le due quantità.