

Diploma in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

19/9/2001

Esercizio 1 Si consideri l'insieme $\mathbf{F} = \mathcal{F}_{(\beta,t,m,M)}$.

a) Si diano condizioni su t affinché esista $\alpha \in \mathbf{F}$ tale che

$$\alpha \oplus 1 = \alpha,$$

dove \oplus è l'operazione di addizione con troncamento.

b) Si esamini poi in particolare il caso in cui $\beta = 2, t = 24, m = 128, M = 127$.

Esercizio 2 Si vuole approssimare la soluzione $\alpha = 0$ dell'equazione

$$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} = 0.$$

Si studi la convergenza (compresa la scelta del punto iniziale e l'ordine di convergenza) del metodo delle tangenti applicato all'equazione precedente.

Esercizio 3 È dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ simmetrica e con elementi diagonali $a_{ii} = 1$ per $i = 1, 2, \dots, n$.

a) Si dimostri che il metodo di Jacobi converge se e solo se gli autovalori di A sono compresi tra 0 e 2.

b) Si esamini poi in particolare il caso in cui

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 4 È data la funzione $f(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}$.

(a) Si determini il polinomio di interpolazione p_1 di $f(x)$ usando come nodi i punti $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$.

(b) Si determini il polinomio p_2 tale che $p_2(x_1) = f(x_1), p_2'(x_0) = f'(x_0), p_2'(x_2) = f'(x_2)$.

(c) Si dica quale dei due polinomi fornisce la migliore approssimazione di $f(1/2)$.