

Diploma in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO

7/9/2000

**Esercizio 1** Sia  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{(2,t,m,M)}$  e  $\mathbf{x} \in \mathcal{F}^n$ , tale che  $1 < x_i < x_{i+1}$  per  $i = 1, \dots, n-1$ . Si calcola l'espressione

$$s = x_n \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{x_n} \right)^2 \right)^{1/2}.$$

- a) Per quale ragione è conveniente usare questa espressione per calcolare la  $\|\mathbf{x}\|_2$ , anziché fare direttamente la somma dei quadrati delle componenti e poi estrarre la radice?
- b) Studiare l'errore algoritmico prodotto nel calcolo di  $s$ .

**Esercizio 2** Si applica il metodo delle tangenti alle due equazioni equivalenti

$$f_1(x) = x^3 - 7 = 0 \quad \text{e} \quad f_2(x) = x^2 - \frac{7}{x} = 0.$$

Confrontare gli ordini e gli intervalli di convergenza.

**Esercizio 3** Per risolvere il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , dove

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

si usa il metodo iterativo

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + k(A\mathbf{x}_i - \mathbf{b}), \quad k \in \mathbf{R}.$$

- a) Per quali valori di  $k$  il metodo è convergente?
- b) Per quale valore di  $k$  il tasso asintotico di convergenza è massimo?

**Esercizio 4** In quanti sottointervalli va suddiviso l'intervallo di integrazione affinché l'errore di troncamento relativo che si commette approssimando con la formula dei trapezi l'integrale

$$\int_{-1/2}^{1/2} \log(1-x^2) dx$$

sia minore, in modulo, di  $10^{-6}$ .