Reputation Systems

Gianna M. Del Corso

Dipartimento di Informatica, Università di Pisa, Italy

8 Aprile 2014

Reputation Systems

Cosa è un sistema di reputazione?

"A reputation system computes and publishes reputation scores for a set of objects (e.g. service providers, services, goods or entities) within a community or domain, based on a collection of opinions that other entities hold about the objects" [Wikipedia].

Abbiamo un insieme di utenti (raters) che esprimono un opinione (rating) su un insieme di oggetti o sellers (item).

Ci possono essere vari tipi di reputation system

- Memorizzare i rating dei vari utenti (positivi, negativi o neutri) e semplicemente valutare affidabilità contando le transazioni positive e negative nella valutazione (usata da e-bay).
- Usare approcci tipo Pagerank: la reputazione è alta se sei reputato bene da altri individui con alta reputazione.
- Una proposta (Cristobald de Kerchove e Paul Van Dooren) è stata quella di usare una formula nonlineare e un algoritmo iterativo che converge linearmente ai vettori di reputazione.

Recommender system e collaborative filtering sono legati al reputation system.

I reputation system producono però un punteggio basato su giudizi espressi con dei voti da parte della comunità mentre i recommender systems usano un insieme di eventi (come ad esempio il fatto che un acquirente ha comprato un libro, un film della musica) per generare dei suggerimenti per acquisti all'utente.

Reputation Systems

Nell'algoritmo di Cristobald de Kerchove e Paul Van Dooren

- n numero di raters
- m numero di items
- m_i numero di items valutati dal rater i
- E matrice delle valutazioni dei raters sugli item: e_{ij} valutazione del rater i sull'item j. Ad esempio valori interi compresi tra 1 e 5.

Obiettivo: ottenere un punteggio di reputazione t per i raters e r per gli item !

Reputation Systems

- ad ogni utente sono associati due valori: la sua reputazione che dipende dalle valutazioni ricevute e il suo peso che influenza l'impatto delle sue valutazioni (affidabilità).
- algoritmo basato su uno schema di raffinamento iterativo
- assicurata la convergenza
- ad ogni passo l'affidabilità di un rater è calcolata in accordo con la distanza tra le sue valutazioni e la reputazione dell'item che sta valutando
- un rater che diverge "troppo" dall'opinione del gruppo sarà considerato poco affidabile.

Reputation Systems

Si introduce la matrice di Trust T che contiene una misura dell'affidabilità di ogni valutazione.

Il vettore di reputazione r è calcolato come

$$r_j = \sum_{i:i \to j} W_{ij} E_{ij},$$

dove la matrice dei pesi W è definita in termini della fiducia della valutazione degli items da parte dei raters,

$$W_{ij} = \frac{T_{ij}}{\sum_{k:k \to j} T_{kj}},$$

La notazione $\sum_{i:i \to j}$ significa che la somma deve essere fatta solo sui valori per cui $E_{ij} \neq 0$

Reputation Systems

Come si definisce la matrice dei trust?

- Si definisce la "credibilità" di ogni rater

$$d_i = \frac{1}{m_i} \sum_{j:i \to j} (E_{ij} - r_j)^2,$$

  che stima la varianza della i-esima riga di E. Stima quanto il voto del rater i è in accordo con la reputazione degli item valutati.

- Tanto più il suo voto è in linea con quello degli altri, tanto più il rater sarà trusted!
- La matrice dei trust è allora definita come:

$$T_{ij} = c_j - d_i,$$

  con i c_j scelti in modo che $T_{ij} > 0$.

Reputation Systems

- I valori c_j influenzano il calcolo della matrice W.
- Tanto più il valore di c_j è piccolo, tanti più spammer che valutano l'oggetto j vengono penalizzati.
- Il vettore d viene utilizzato per ottenere il vettore di reputazione dei raters nel seguente modo:

$$t_i = d_{max} - d_i,$$

il valore d_{max} rappresenta il massimo degli elementi del vettore d.

Algoritmo

$$
\begin{array}{ccccc}
\textit{Trust} & & & & \textit{Weight} \\
\textit{for each rating} & \mathbf{T} & \longrightarrow & \mathbf{W} & \textit{for each rating} \\
& \uparrow & & \downarrow & \\
\textit{Belief divergence} & \mathbf{d} & \longleftarrow & \mathbf{r} & \textit{Reputation} \\
\textit{for each rater} & & & & \textit{for each item}
\end{array}
$$

Figure 1: Cycle of one iteration of the algorithm.

Algoritmo

- Inizializzazione di T: si dà ad ogni raters la stessa fiducia $T_{ij} = 1$

Ripetere fino a convergenza:

- Si calcola

$$W_{ij} = \frac{T_{ij}}{\sum_{k:k\to j} T_{kj}}, \quad r_j = \sum_{i:i\to j} W_{ij} E_{ij}.$$

- Si calcola la credibilità dei raters e la nuova matrice dei trust come

$$d_i = \frac{1}{m_i} \sum_{j:i\to j} (E_{ij} - r_j)^2, \quad T_{ij} = c_j - d_i.$$

  Se $T(i,:) = 0$ pongo $T(i,:) = 1$.

La reputazione dei raters è data da

$$t_i = \max_k d_k - d_i.$$

Convergenza

L'algoritmo presentato converge all'unica soluzione r^* che risulta essere il punto di massimo della funzione scalare $\psi : [0,1]^m \to \mathbb{R}$

$$\psi(r) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j:i\to j} {T_{ij}}^2 = $$
$$= \sum_{i=1}^{n} m_i \left(c - \frac{1}{m_i} \sum_{j:i\to i} (E_{ij} - r_j)^2 \right)^2 .$$

con $c_j = c, \quad j = 1, \ldots, m.$

Cioè $\nabla(\psi(r^*)) = 0$, con ψ che è continua e quasiconcava e quindi ha un unico massimo.

Newton-Raphson

La funzione $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$ definta come $f(r) = \nabla(\psi(r))$ è data da

$$f_s(r) = \frac{\partial \psi}{\partial r_s} = \frac{\partial}{\partial r_s} \sum_{i=1}^{n} m_i \left(c - \frac{1}{m_i} \sum_{j:i \to i} (E_{ij} - r_j)^2 \right)^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} 4 \left(E_{is} - r_s \right) \left(c - \frac{1}{m_i} \sum_{j:i \to i} (E_{ij} - r_j)^2 \right).$$

Dobbiamo trovare r^* tale che $f(r^*) = \mathbf{0}$.

Newton-Raphson

- Si può usare il metodo di Newton-Raphson, una generalizzazione del metodo delle tangenti a sistemi di eq non lineari. Sia $f(\mathbf{x}) = 0$ un sistema di equazioni, possiamo trasformarlo nel sistema $\mathbf{x} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$ con

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - [J(\mathbf{x})]^{-1} f(\mathbf{x}),$$

dove $J(\mathbf{x})$ Jacobiano di f.
Da cui abbiamo

$$\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} - [J(\mathbf{x}^{(i)})]^{-1} f(\mathbf{x}^{(i)}).$$

Newton-Raphson

- Ad ogni passo devo quindi risolvere un sistema lineare

$$J(\mathbf{x}^{(i)})\,\mathbf{q} = -f(\mathbf{x}^{(i)}),$$

dopodichè

$$\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{q}.$$

Jacobiano di f

Lo Jacobiano di $f = \nabla\psi$ è l'Hessiano di ψ. Facendo i conti si trova (CONTROLLARE)

$$
\begin{aligned}
H(\psi)_{k,s} &= \frac{\partial f_s}{\partial r_k}(r) = \frac{\partial \psi}{\partial r_k \partial r_s}(r) = \\
&= \frac{\partial}{\partial r_k}\left(\sum_{i=1}^{n} 4\left(E_{is} - r_s\right)\left(c - \frac{1}{m_i}\sum_{j:i\to i}(E_{ij} - r_j)^2\right)\right) = \\
&= -4\,\delta_{sk}\sum_{i=1}^{n}\left(c - \frac{1}{m_i}\sum_{j:i\to i}(E_{ij} - r_j)^2\right) + \\
&\qquad +8\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{m_i},\left(E_{is} - r_s\right)\left(E_{ik} - r_k\right)
\end{aligned}
$$

Newton-Raphson

- Il termine noto è $-f(\mathbf{x^{(i)}})$. Nel nostro caso abbiamo

$$b_s = -f_s(r) = -\sum_{i=1}^{n} 4\,(E_{is} - r_s)\left(c - \frac{1}{m_i}\sum_{j:i\to i}(E_{ij} - r_j)^2\right).$$

Quindi il vettore di updating $\mathbf{q}$ è la soluzione del sistema

$$H\,\mathbf{q} = \mathbf{b}$$

quindi

$$\mathbf{r}^{(i+1)} = \mathbf{r}^{(i)} + \mathbf{q}.$$