



CONTROLLO DI SEQUENZA: ESPRESSIONI E COMANDI

1

Espressioni in Sintassi Astratta



- ☞ Alberi etichettati
 - nodi
 - ✓ applicazioni di funzioni (operazioni primitive)
 - ✓ i cui operandi sono i sottoalberi
 - Foglie
 - ✓ costanti o variabili (riferimenti a dati)
- ☞ Consideriamo solo espressioni pure, che non contengono
 - definizioni di funzione
 - applicazioni di funzione
 - introduzione di nuovi nomi (blocco)
- ☞ L' unico problema semantico interessante che riguarda la valutazione di espressioni pure è quello della regola di valutazione



Operazioni primitive

- 🐞 Le operazioni primitive sono in generale **funzioni parziali**
 - Indefinite per alcuni valori degli input
 - ✓ Errori “hardware”: overflow, divisione per zero
 - ✓ Errori rilevati dal supporto a run time: errori di tipo a run time, accessi errati ad array, accessi a variabili non inizializzate, esaurimento memoria libera
 - Nei linguaggi moderni tutti questi casi provocano il sollevamento di una eccezione, che può essere catturata ed eventualmente gestita
- 🐞 Alcune operazioni primitive sono **funzioni non strette**
 - Una funzione è non stretta sul suo i-esimo operando, se ha un valore definito quando viene applicata ad una n-upla di valori, di cui l’i-esimo valore è indefinito

3



Regole di valutazione

- 🐞 **Regola interna**
 - prima di applicare l’operatore, si valutano le sottoespressioni
- 🐞 **Regola esterna**
 - è l’operatore che richiede la valutazione delle sottoespressioni
- 🐞 Le due regole di valutazione possono dare semantiche diverse
 - se qualcuna delle sottoespressioni ha valore “indefinito”
 - ✓ errore, non terminazione, sollevamento di una eccezione, ...
 - e l’operatore è non stretto in quell’argomento, la regola esterna può calcolare comunque un valore, la regola interna no
- 🐞 Esempi di tipiche operazioni primitive non strette
 - Condizionale: **if true then C1 else C2**
 - Operatori logici: **True or E**

4

Una operazione non stretta: il condizionale



if x = 0 then y else y/x

🐞 In sintassi astratta

ifthenelse(=(x,0), y, /(y,x))

🐞 Usando la **regola interna**, valuto tutti e tre gli operandi

- Se x vale 0, la valutazione del terzo operando causa un errore
 - ✓ l'intera espressione ha valore indefinito

🐞 Usando la **regola esterna**, valuto solo il primo operando

- se **x** vale **0**, valuto il secondo operando
- il terzo operando non viene valutato e l'intera espressione ha un valore definito

5

Una operazione non stretta: l'or



true or "expr1"

🐞 In sintassi astratta

or(true, "expr1")

🐞 Usando la **regola interna**, valuto tutti e due gli operandi

- se la valutazione del secondo operando da origine a un errore, l'intera espressione ha valore indefinito
- in ogni caso, la valutazione di **expr1** è inutile!

🐞 Usando la **regola esterna**, valuto il primo operando

- se questo vale **true**, non devo fare altro, e il risultato è **true** qualunque sia il valore (anche indefinito) di **expr1**
- altrimenti viene valutato **expr1**

6



Regola esterna vs. regola interna

La **regola esterna**

- è sempre corretta
- è più complessa da implementare, perché ogni operazione deve avere la propria “politica”
- è necessaria in pochi casi, per le operazioni primitive
 - ✓ sono poche le operazioni primitive non strette

La **regola interna**

- non è in generale corretta per le operazioni non strette
- è banale da implementare

La soluzione più ragionevole:

- regola interna per la maggior parte delle operazioni
- regola esterna per le poche primitive non strette

7



PARADIGMA FUNZIONALE

8

Funzionale



- 👁️ Paradigma di programmazione in cui il flusso di esecuzione procede mediante la riscrittura di valori (“value oriented programming”), applicando funzioni matematiche.
- 👁️ Vantaggi:
 - Mancanza di effetti collaterali (side-effect) delle funzioni, il che comporta una più facile verifica della correttezza
 - Ottimizzazione nella programmazione parallela
 - ✓ Esempio Google MapReduce framework

9

Paradigma funzionale



- 👁️ Esaminiamo un frammento di un linguaggio funzionale “puro” e deriviamo l’interprete del linguaggio a partire dalla semantica operativa del linguaggio

10



Frammento funzionale: sintassi

```
type ide = string
type exp =
  | Eint of int
  | Ebool of bool
  | Den of ide
  | Prod of exp * exp
  | Sum of exp * exp
  | Diff of exp * exp
  | Eq of exp * exp
  | Minus of exp
  | Iszero of exp
  | Or of exp * exp
  | And of exp * exp
  | Not of exp
  | Ifthenelse of exp * exp * exp
```

11



Frammento funzionale: verso l'implementazione

- ☞ Presenteremo un interprete per valutare espressioni di tipo **exp**. Si noti che ci sono *nomi* (o *identificatori*, *variabili*) (**Den(i)**) ma non c'è un costrutto **let** per creare bindings, quindi per valutare una **exp** dobbiamo fornire un ambiente
- ☞ Un nome può essere legato nell'ambiente solo a un **valore esprimibile**, non a una qualunque espressione. Quindi i valori **esprimibili** coincidono con quelli **denotabili**.
- ☞ Per valutare le espressioni abbiamo bisogno di un semplice type checking dinamico. Per esempio,
 - In **Prod(a,b)**, **a** ed **b** devono essere **int**, non **bool**
 - In **Ifthenelse(a,b,c)**, **a** deve essere **bool**, **b** e **c** devono avere lo stesso tipo

12



Dominio dei valori esprimibili

Definiamo i **valori esprimibili**, ovvero i valori che posso restituire come risultato della valutazione di una espressione, e che possono essere associati a variabili:

```
type eval =  
  | Int of int  
  | Bool of bool  
  | Unbound
```

Perché **Unbound**? Posso avere un identificatore non associato ad alcun valore...

13



Ambiente

Necessario per gestire associazioni del tipo **nome -> valore**
Useremo l'ambiente polimorfo già visto:

```
module Funenv:ENV =  
  struct  
    type 't env = string -> 't  
  
    let emptyenv(x) = function y -> x  
    let applyenv(x,y) = x y  
    let bind((r: 'a env) , (l:string), (e:'a)) =  
      function lu -> if lu = l then e  
                      else applyenv(r,lu)  
  
    ...  
  end
```

14



Type checking

Controlla se il valore esprimibile **y** è di tipo **"int"** o **"bool"**

```
let typecheck (x, y) = match x with
  | "int" ->
    (match y with
     | Int(u) -> true
     | _ -> false)
  | "bool" ->
    (match y with
     | Bool(u) -> true
     | _ -> false)
  | _ -> failwith ("not a valid type")

val typecheck : string * eval -> bool = <fun>
```

15



Semantica operativa dei singoli operatori

- Partiamo dalle regole (ovvie) che definiscono la semantica operativa big-step di ogni operatore
- Esempio: regole dell'if-then-else (valutazione non stretta)

$$\frac{env \triangleright g \Rightarrow true \quad env \triangleright e1 \Rightarrow v1}{env \triangleright ifthenelse(g, e1, e2) \Rightarrow v1}$$
$$\frac{env \triangleright g \Rightarrow false \quad env \triangleright e2 \Rightarrow v2}{env \triangleright ifthenelse(g, e1, e2) \Rightarrow v2}$$

16



Implementazione di operazioni primitive

Una funzione per ogni operazione primitiva:
controlla i tipi e calcola il risultato.

```
let minus x = if typecheck("int",x) then
  (match x with Int(y) -> Int(-y) )
  else failwith ("type error")

let iszero x = if typecheck("int",x) then
  (match x with Int(y) -> Bool(y=0) )
  else failwith ("type error")

let equ (x,y) =
  if typecheck("int",x) & typecheck("int",y)
  then (match (x,y) with (Int(u), Int(w)) -> Bool(u = w))
  else failwith ("type error")

let plus (x,y) = if typecheck("int",x) & typecheck("int",y)
  then (match (x,y) with (Int(u), Int(w)) -> Int(u+w))
  else failwith ("type error")
```

17



La semantica operativa

```
let rec sem ((e:exp), (r:eval env)) =
  match e with
  | Eint(n) -> Int(n)
  | Ebool(b) -> Bool(b)
  | Den(i) -> applyenv(r,i)
  | Iszero(a) -> iszero(sem(a, r))
  | Eq(a,b) -> equ(sem(a, r), sem(b, r))
  | Prod(a,b) -> mult(sem(a, r), sem(b, r))
  | Sum(a,b) -> plus(sem(a, r), sem(b, r))
  | Diff(a,b) -> diff(sem(a, r), sem(b, r))
  | Minus(a) -> minus(sem(a, r))
  | And(a,b) -> et(sem(a, r), sem(b, r))
  | Or(a,b) -> vel(sem(a, r), sem(b, r))
  | Not(a) -> non(sem a r)
  | Ifthenelse(a,b,c) -> let g = sem(a, r) in
    if typecheck("bool",g) then
      (if g = Bool(true) then sem(b, r) else sem(c, r))
    else failwith ("nonboolean guard")
val sem : exp * eval Funenv.env -> eval = <fun>
```

18

Operatori stretti o non?



And e Or interpretati come funzioni strette

```
...
| And(a,b) -> et(sem(a, r), sem(b, r))
| Or(a,b) -> vel(sem(a, r), sem(b, r))
```

Condizionale interpretato (ovviamente!) come funzione non stretta, sfruttando if-then-else di OCaml

```
...
| Ifthenelse(a,b,c) -> let g = sem(a, r) in
    if typecheck("bool",g) then
        (if g = Bool(true) then sem(b, r)
         else sem(c, r))
    else failwith ("nonboolean guard")
```

19

La semantica operativa è un interprete



```
val sem : exp * eval Funenv.env -> eval = <fun>
```

- Definito in modo ricorsivo: utilizzando la ricorsione del metalinguaggio (linguaggio di implementazione)
- Avevamo visto come si poteva eliminare la ricorsione dall'interprete
 - Introducendo **continuation stack** e **stack di valori temporanei**
 - ✓ si ottiene una versione di livello più basso
 - ✓ più vicina ad una "vera" implementazione in termini di una macchina virtuale a stack

20



PARADIGMA IMPERATIVO

21

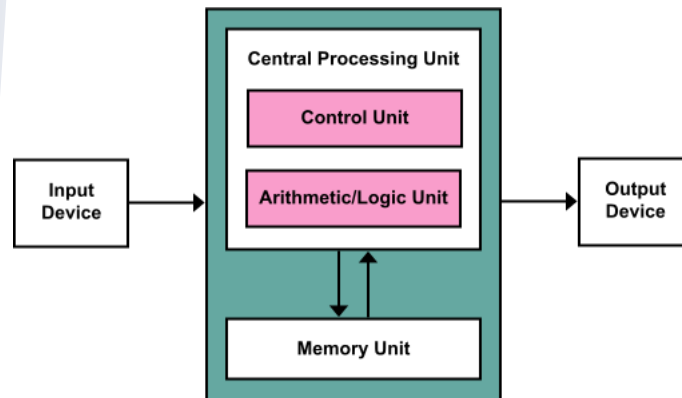


Paradigma imperativo

- Un programma viene inteso come un insieme di istruzioni che trasformano lo stato della macchina virtuale
- La computazione procede modificando valori che sono memorizzati in opportune locazioni della memoria
- Modello derivato dalla **Macchina di von Neumann**, prototipo dei moderni elaboratori

22

Macchina di van Neumann



**Macchina a programma memorizzato:
i dati del programma e le istruzioni del programma risiedono
nello stesso spazio di memoria.**

23

Effetti collaterali, comandi ed espressioni pure



- Assumiamo che continuino ad esistere le espressioni
 - diverse dai comandi perché la loro semantica non modifica la memoria (non produce effetti laterali) e restituisce un valore (un **eval**)
- tale approccio non è quello di C
 - in cui quasi ogni costrutto può restituire un valore e modificare lo stato

24



Comandi e espressioni

- La distinzione (semantica) tra espressioni e comandi è difficile da mantenere se si permette che i comandi possano occorrere all'interno di espressioni, soprattutto in presenza di "operazioni definite dal programmatore" (funzioni)
- nel linguaggio didattico, forzeremo questa distinzione
 - permettendo "effetti collaterali" solo in alcuni costrutti che avranno una semantica diversa

25



Un frammento di linguaggio imperativo: domini sintattici

```
type ide = string
type exp =
  | Eint of int
  | Ebool of bool
  | Den of ide (* valore associato a identificatore *)
  | Prod of exp * exp
  | Sum of exp * exp
  | Diff of exp * exp
  | Eq of exp * exp
  | Minus of exp
  | Iszero of exp
  | Or of exp * exp
  | And of exp * exp
  | Not of exp
  | Ifthenelse of exp * exp * exp
  | Val of exp (* valore di una variabile *)

type com =
  | Assign of exp * exp
  | Cifthenelse of exp * com list * com list
  | While of exp * com list
```

26



Domini semantici

- ✎ Per caratterizzare lo stato di esecuzione del programma serve, oltre all'ambiente, la memoria
- ✎ Ai domini semantici dei valori si aggiungono le **locazioni**
 - che decidiamo non essere nè esprimibili nè memorizzabili
- ✎ Tre domini distinti di valori:
 - **eval** - valori esprimibili, possibili risultati di espressioni
 - **dval** - valori denotabili, possono essere associati a variabili nell'ambiente
 - **mval** - valori memorizzabili, possono essere associati a locazioni nella memoria
- ✎ Con operazioni di "conversione" (**casting**)
- ✎ Introduciamo una funzione di valutazione semantica (**semden**) che calcola un **dval** invece che un **eval**

27



La memoria: specifica

```
module type STORE =
  sig
    type 't store
    type loc
    val emptystore : 't -> 't store
    val allocate : 't store * 't -> loc * 't store
    val update : 't store * loc * 't -> 't store
    val applystore : 't store * loc -> 't
  end
```

28



Memoria: implementazione

```
module Funstore:STORE =
  struct
    type loc = int

    type 't store = loc -> 't

    let (newloc,initloc) = let count = ref(-1) in
      (fun () -> count := !count +1; !count),
      (fun () -> count := -1)

    let emptystore(x) = initloc(); function y -> x

    let applystore(x,y) = x y

    let allocate((r: 'a store) , (e:'a)) =
      let l = newloc() in
        (l, function lu -> if lu = l then e
                           else applystore(r,lu))

    let update((r: 'a store) , (l:loc), (e:'a)) =
      function lu -> if lu = l then e else applystore(r,lu)
  end
```

29



I domini dei valori

```
exception Nonstorable
exception Nonexpressible
(* valori esprimibili, possibili risultati di
   espressioni *)
type eval =
  | Int of int
  | Bool of bool
  | Novalue

(* valori denotabili nell'ambiente *)
type dval = | Dint of int
           | Dbool of bool
           | Unbound
           | Dloc of loc

(* valori memorizzabili *)
type mval = | Mint of int
           | Mbool of bool
           | Undefined
```

30

Casting tra vari tipi di valori



```
let evaltomval e = match e with
| Int n -> Mint n
| Bool n -> Mbool n
| _ -> raise Nonstorable

let mvaltoeval m = match m with
| Mint n -> Int n
| Mbool n -> Bool n
| _ -> Novalue

let evaltodval e = match e with
| Int n -> Dint n
| Bool n -> Dbool n
| Novalue -> Unbound

let dvaltoeval e = match e with
| Dint n -> Int n
| Dbool n -> Bool n
| Dloc n -> raise Nonexpressible
| Unbound -> Novalue
```

31

Semantica operativa delle espressioni



```
let rec sem ((e:exp), (r:dval env), (s: mval store)) =
  match e with
  | Eint(n) -> Int(n)
  | Ebool(b) -> Bool(b)
  (* semantica di una variabile i: il valore associato
  nell'ambiente env; eccezione se è una loc *)
  | Den(i) -> dvaltoeval(applyenv(r,i))
  | Iszero(a) -> iszero(sem(a, r, s))
  | Eq(a,b) -> equ(sem(a, r, s), sem(b, r, s))
  | Prod(a,b) -> mult (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
  | Sum(a,b) -> plus (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
  | Diff(a,b) -> diff (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
  | Minus(a) -> minus(sem(a, r, s))
  | And(a,b) -> et (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
  | Or(a,b) -> vel (sem(a, r, s), sem(b, r, s))
  | Not(a) -> non(sem(a, r, s))
<continua>
```

32

Semantica operativa delle espressioni



```
<continua>
| Ifthenelse(a,b,c) -> let g = sem(a, r, s) in
  if typecheck("bool",g) then
    (if g = Bool(true) then sem(b, r, s) else sem(c, r, s))
    else failwith ("nonboolean guard")
(* se e è un identificatore associato a una locazione, ne
   restituisce il valore, altrimenti fallisce *)
| Val(e) -> match semden(e, r, s) with
  | Dloc(n) -> mvaltoeval(applystore(s, n))
  | _ -> failwith("not a variable")

let semden ((e:exp), (r:dval env), (s: mval store)) =
  match e with
  | Den(i) -> applyenv(r,i)
  | _ -> evaltodval(sem(e, r, s))

val sem : exp * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> eval = <fun>
val semden : exp * dval Funenv.env * mval Funstore.store -> dval = <fun>
```

33

Semantica dell'assegnamento



Sintassi:

- | | | |
|-------------------------|-----------------|----------------|
| ○ Sintassi astratta: | Pascal: | C, Java: |
| ○ Assign(e1, e2) | e1 := e2 | e1 = e2 |

Significato:

- Si valuta **e1** e si deve ottenere una locazione **L** (un "L-value")
- Si valuta **e2** e si deve ottenere un valore memorizzabile **V**
- Si cambia la memoria associando alla locazione **L** il valore **V**

Note

- **e1** può essere una variabile, un elemento di array, un campo di record,... In generale può contenere sottoespressioni con effetti collaterali (es: **a[i++]**)
- Quindi l'ordine in cui si valutano **e1** ed **e2** è importante

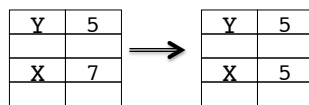
Assegnamento tra variabili



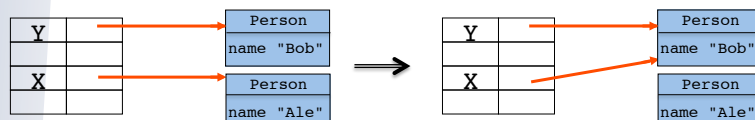
Ne consegue che nel caso di assegnamento tra variabili, es:

$X := Y$

- il ruolo delle due variabili è diverso: di X si considera la locazione (L-value) mentre di Y il valore nella locazione associata ("R-value")
- Effetto: copia del contenuto della locazione di Y nella locazione di X
- Per valori primitivi, questo crea una copia:



- Per strutture dati allocate nello heap, l'assegnamento crea copia di un puntatore, causando lo sharing della struttura



35

Assegnamento: regola di valutazione



$$\begin{array}{l}
 env, store \triangleright e1 \Rightarrow v1 \quad v1 = Dloc(n) \\
 env, store \triangleright e2 \Rightarrow v2 \quad v = evaltomval(v2) \\
 \hline
 env, store \triangleright assign(e1, e2) \Rightarrow store[v / n]
 \end{array}$$

36

While: regole di valutazione



$$\frac{env, store \triangleright g \Rightarrow false}{env, store \triangleright while(g, cl) \Rightarrow store}$$


$$\frac{env, store \triangleright g \Rightarrow true \quad env, store \triangleright cl; while(g, cl) \Rightarrow store'}{env, store \triangleright while(g, cl) \Rightarrow store'}$$

38



**SEMANTICA OPERAZIONALE
COMANDI**

40



```

let rec semc((c: com), (r:dval env), (s: mval store)) = match c with
| Assign(e1, e2) ->
  (match semden(e1, r, s) with
  | Dloc(n) -> update(s, n, evaltomval(sem(e2, r, s)))
  | _ -> failwith ("wrong location in assignment"))


| Cifthenelse(e, cl1, cl2) -> let g = sem(e, r, s) in
  if typecheck("bool",g) then
    (if g = Bool(true) then semcl(cl1, r, s)
     else semcl (cl2, r, s))
  else failwith ("nonboolean guard")

| While(e, cl) -> let g = sem(e, r, s) in
  if typecheck("bool",g) then
    (if g = Bool(true) then
      semcl((cl @ [While(e, cl)]), r, s)
      else s)
    else failwith ("nonboolean guard")

and semcl((cl:com list), (r:dval env), (s: mval store)) = match cl with
| [] -> s
| c::cl1 -> semcl(cl1, r, semc(c, r, s))

```

41



```

val semc :
  com * dval Funenv.env * mval Funstore.store
  -> mval Funstore.store = <fun>

val semcl:
  com list * dval Funenv.env * mval Funstore.store
  -> mval Funstore.store = <fun>

```

42



Eliminare la ricorsione

- ✎ Per le espressioni, bisogna prevedere il caso in cui il valore è un **dval**
 - Nuova pila di valori denotabili temporanei
 - Diverse etichette per le espressioni
- ✎ Per i comandi, la ricorsione può essere rimpiazzata con l'iterazione senza utilizzare ulteriori pile
- ✎ Il dominio dei comandi è "quasi" **tail-recursive** non è mai necessario valutare i due rami del condizionale
 - Si può utilizzare la struttura sintattica (lista di comandi) per mantenere l'informazione su quello che si deve ancora valutare
 - ✓ basta una unica cella
 - ✓ che possiamo "integrare" nella pila di espressioni etichettate
- ✎ Il valore restituito dalla funzione di valutazione semantica dei comandi (uno store!) può essere gestito come aggiornamento di una "variabile globale" di tipo store
- ✎ Dettagli nel codice che trovate on line.