



OCAML un breve ripasso

Value-oriented programming



- ✉ “value-oriented programming”: una espressione Ocaml denota un valore.
- ✉ L’esecuzione di un programma OCaml puo’ essere vista come una sequenza di passi di calcolo (semplificazioni di espressioni) che alla fine produce un valore.

Valutazione di espressioni



$3 \Rightarrow 3$ (valori di base)

$3+4 \Rightarrow 7$

$2 * (4+5) \Rightarrow 18$

La notazione $\langle \text{exp} \rangle \Rightarrow \langle \text{val} \rangle$ indica che la espressione $\langle \text{exp} \rangle$ quando eseguita calcola il valore $\langle \text{val} \rangle$



E le funzioni?

Per determinare il valore calcolato dall'applicazione di una funzione a certi argomenti, si deve prima calcolare il valore degli argomenti, poi si deve sostituire il valore degli argomenti nei parameetri presenti nel corpo della funzione e poi valutare il corpo così' ottenuto.

```
let succ (n: int) : int = n + 1 in succ 5 ⇒ 6
```

```
succ (2 + 3)
```

```
⇒ succ (5)
```

```
⇒ (n + 1) {5 -> n}
```

```
⇒ (5 + 1)
```

```
⇒ 6
```

**Sostituzione del valore dell'argomento
nel corpo della funzione =
passaggio dei parametri
(per valore)**



Il let?

```
let x = 2 + 1 in
let y = x + x  in
x*y
==>                                dato che 2 + 1 ==> 3
let x =3 in
let y = x + x  in
x*y
==>                                dato che  x + x ==> 3 + 3
= 6
let x = 3 in
let y = 6      in
x * y
==>                                dato che x * y ==> 3 * 6
==> 18
18
```

Binding: associazione di un nome con un valore
Ambiente: un insieme di binding



Binding e funzioni

```
let f (x:int) : int =  
  let y = x * 10 in  
  y * y;;
```

```
f 5;;  
- : int = 2500
```

Binding nell'ambiente tra il nome della funzione **f**
e la sua definizione



In sintesi

Una dichiarazione inserisce un legame nell'ambiente tra il nome dichiarato e l'espressione

Una dichiarazione puo' essere una dichiarazione di variabile e una dichiarazione di funzione

```
let x = 100
(* ambiente contiene il legame tra x e 100 *)

let f (k:int) : int = k * 5 + x
(* estendo l'ambiente con il legame tra f e
   l'espressione che ne costituisce il corpo *)

let x = 1
let y = f 42
```

Programmare con i tipi di dato

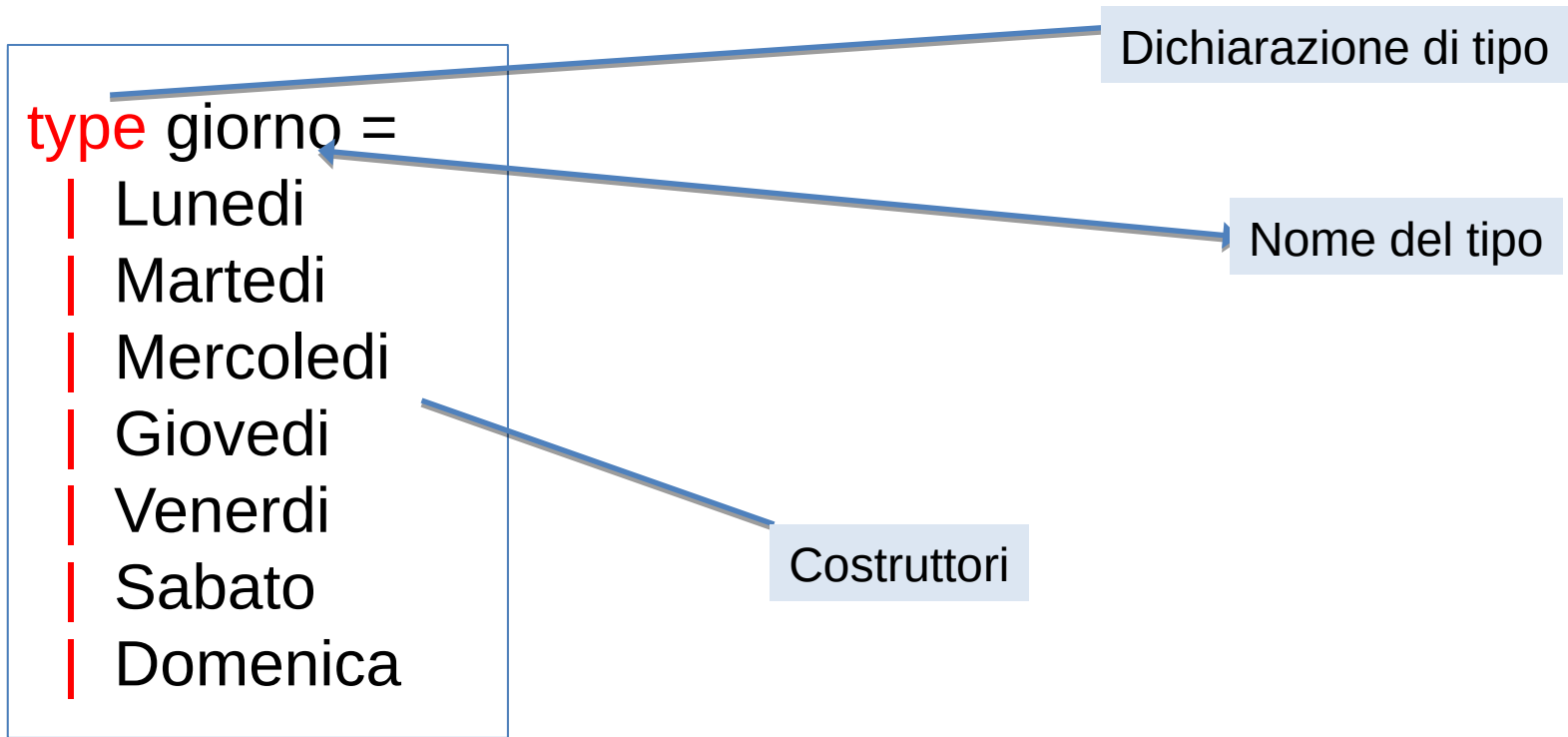


- ✉ I linguaggi di programmazione forniscono diversi costrutti primitivi per creare e manipolare dati strutturati.
- ✉ Cosa avete visto nel passato:
- ✉ Programmazione I:
 - *Tipi di dato primitivi* (int, string, bool, ...)
 - *Lists* (int list, string list, string list list, ...)
 - *Tuples* (int * int, int*string, ...)
- ✉ Algoritmica
 - tecniche algoritmiche (di base) per la risoluzione di problemi su vettori, liste, alberi e grafi, in modo efficiente in tempo e/o spazio



Definire tipi di dato in OCaml

Ocaml permette al programmatore di definire *nuovi* tipi di dato



Costruttori definiscono i valori del tipo di dato
Sabato ha tipo *giorno*
[Venerdì; Sabato; Domenica] ha tipo *giorno list*



Pattern Matching

Il pattern matching fornisce un modo efficiente per accedere ai valori di un tipo di dato

```
let string_of_g (g: giorno) : string =  
  begin match g with  
  | Lunedì -> "Lunedì"  
  | Martedì -> "Martedì"  
  | :  
  | :  
  | Domenica -> "Domenica"  
  end
```

Il pattern matching **segue** la struttura sintattica dei valori del tipo di dato :
i costruttori

Astrazioni sui dati



✎ Avremmo potuto rappresentare il tipo di dato *giorno* tramite dei semplici valori interi

- Lunedì = 1, Martedì=2, ..., Domenica = 8

✎ Ma

- Il tipo di dato primitivo *int* fornisce un insieme di operazioni differenti da quelle significative sul tipo di dato *giorno*, Mercoledì – Domenica *non* avrebbe alcun senso.

- Esistono un numero maggiore di valori interi che di valori del tipo *giorno*

✎ Morale: I linguaggi di programmazione moderni (Java, C#, C++, Ocaml, ...) forniscono strumenti per definire tipi di dato



OCaml Type

I costruttori possono trasportare “valori”

```
# type foo =  
| Nothing  
| Int of int  
| Pair of int * int  
| String of string;;
```

```
type foo = Nothing | Int of int | Pair of int * int | String of string
```

Valori del tipo *foo*

```
Nothing  
Int 3  
Pair (4, 5)  
String "hello"...
```

Pattern Matching



```
let get_count (f: foo) : int =  
  begin match f with  
    | Nothing -> 0  
    | Int(n) -> n  
    | Pair(n,m) -> n + m  
    | String(s) -> 0  
  end
```



Tipi di Dato Ricorsivi

```
# type tree =  
| Leaf of int  
| Node of tree * int * tree ;;
```

```
type tree = Leaf of int | Node of tree * int * tree
```

```
let t1 = Leaf 3  
let t2 = Node(Leaf 3, 2, Leaf 4)  
let t3 = Node (Leaf 3,  
              2,  
              Node (Leaf 5, 4, Leaf 6))
```



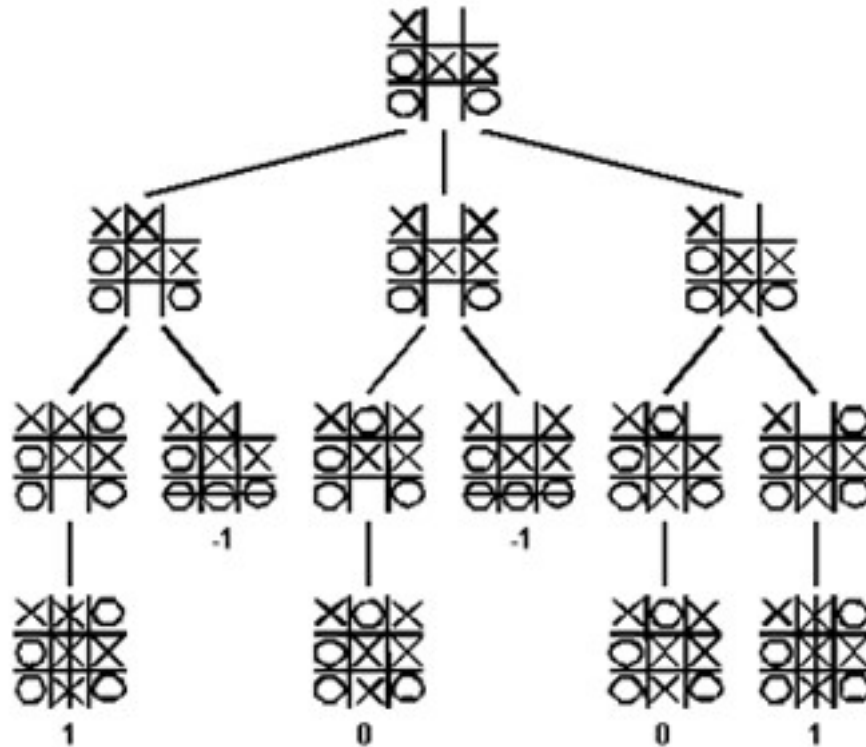
Tipi di Dato Ricorsivi

```
# type tree =  
| Leaf of int  
| Node of tree * int * tree;;
```

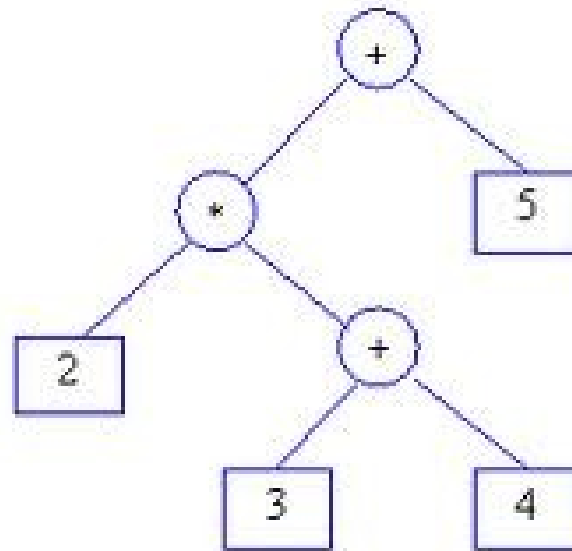
```
type tree = Leaf of int | Node of tree * int * tree
```

Quanti di voi hanno programmato con strutture dati del tipo *tree*?

Game Tree

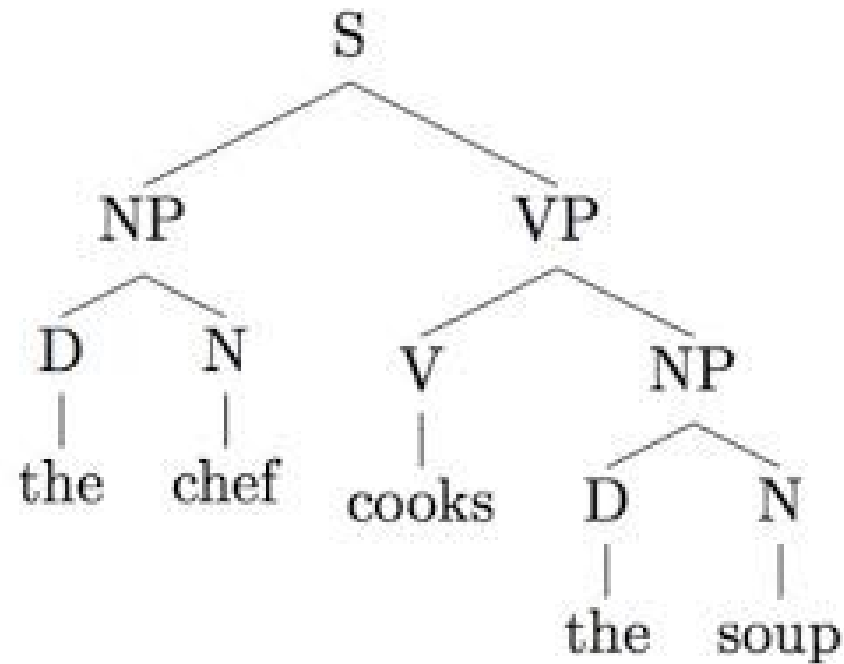


Expression Trees

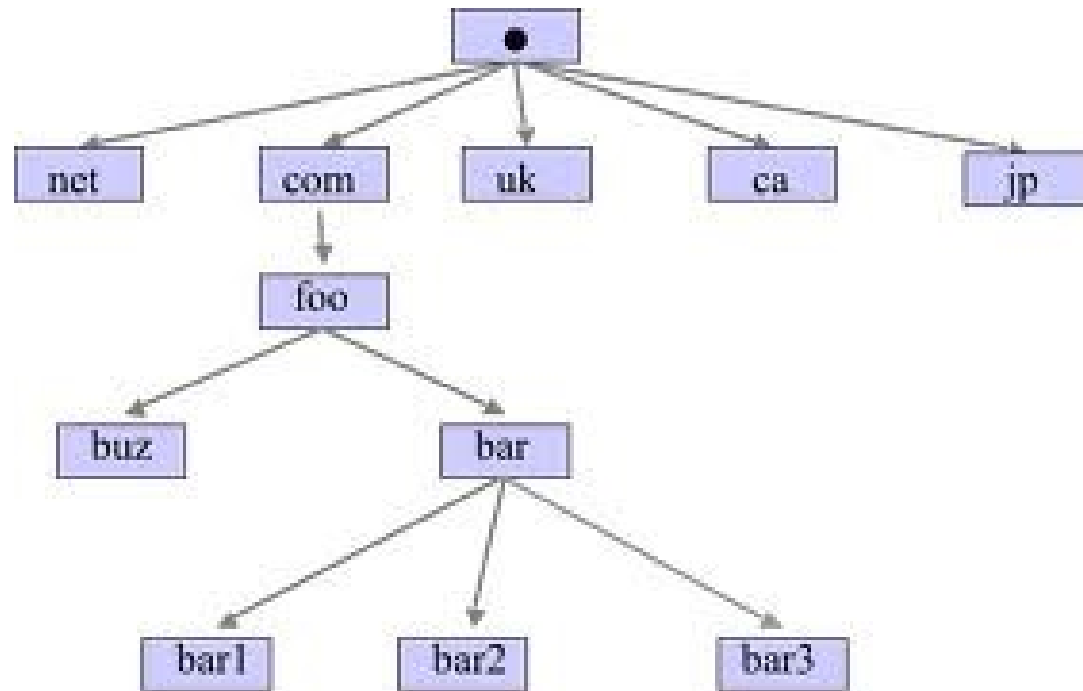


$2 * (3 + 4) + 5$

(Natural Language) Parse Tree

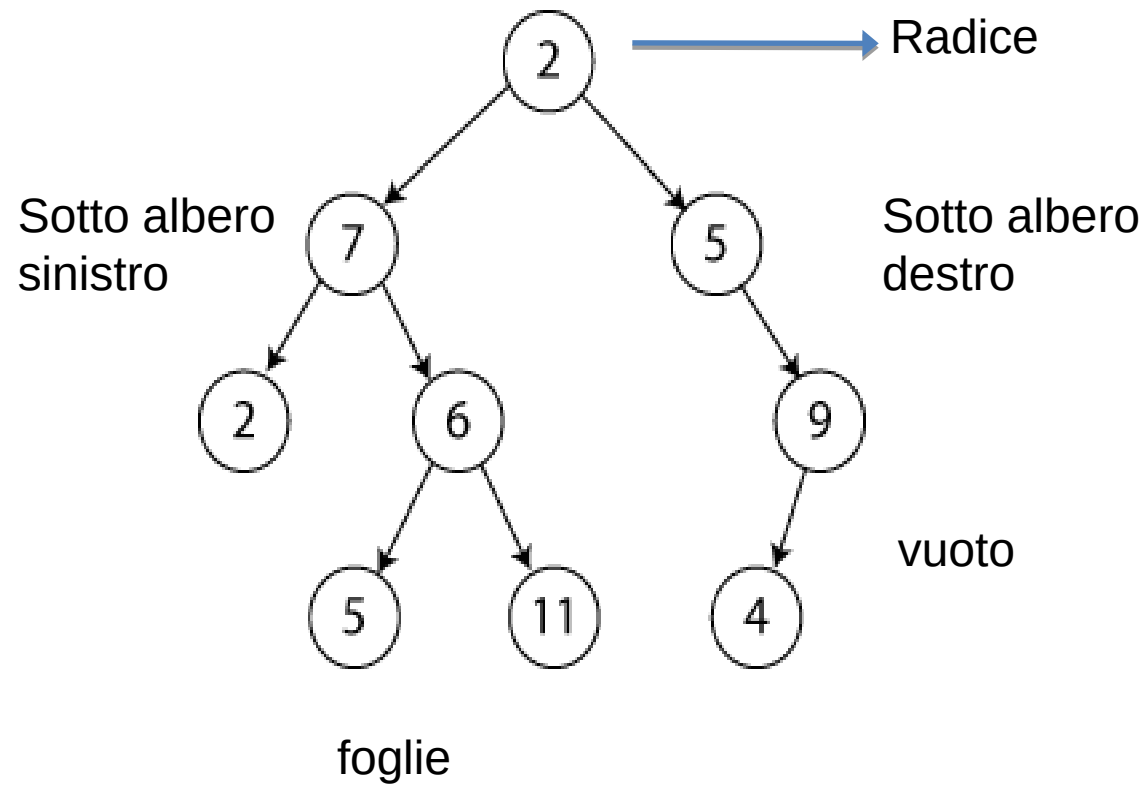


Domain Names (DNS)



Alberi Binari

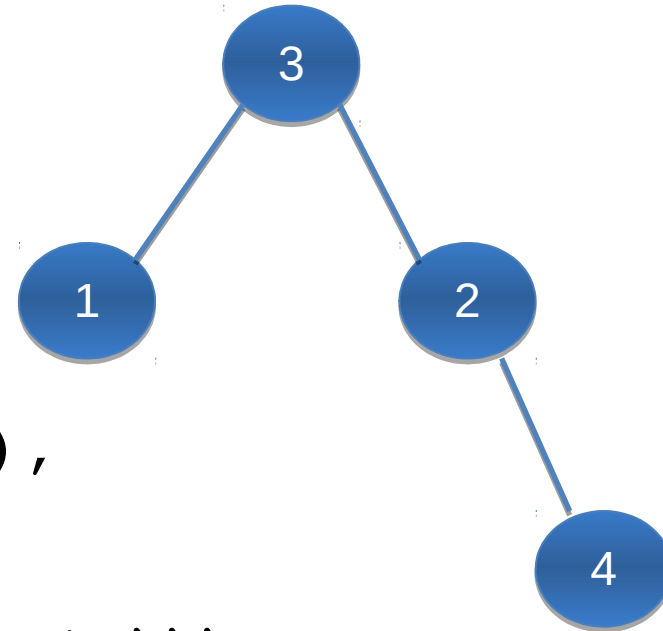
Li avete visti a algoritmica!!!!



Alberi Binari in OCaml

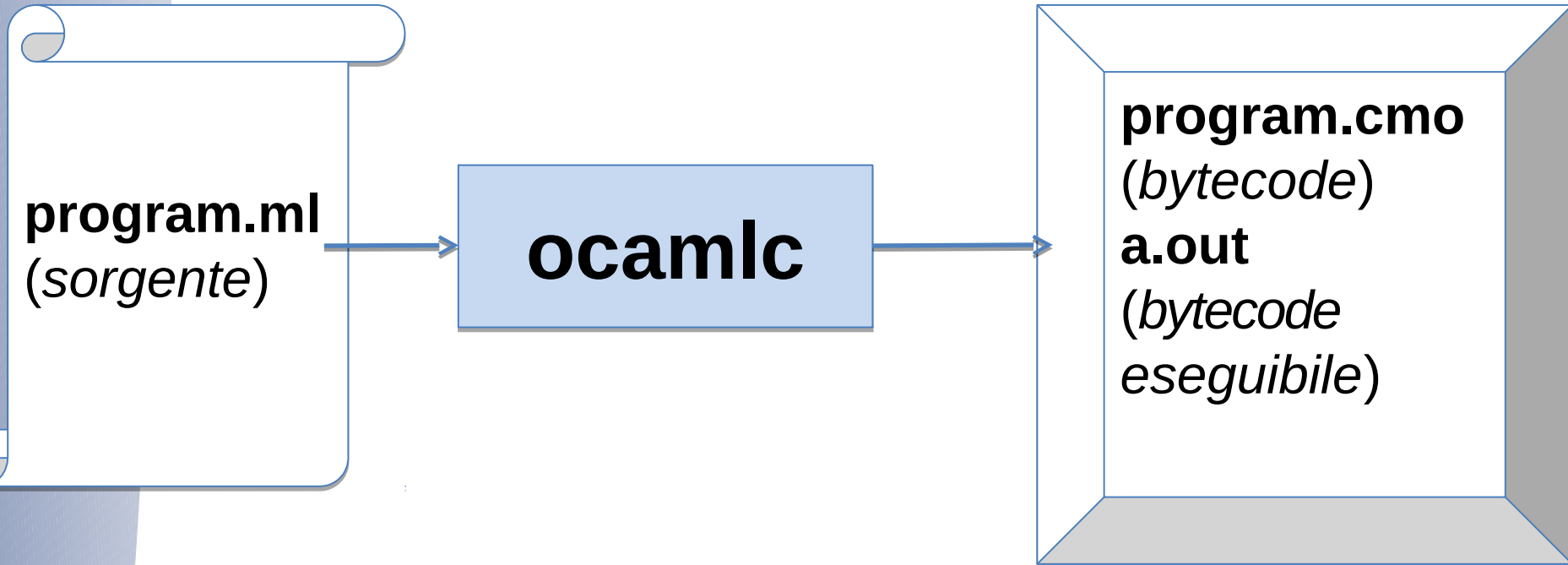


```
Type tree =  
  | Empty  
  | Node of tree * int * tree
```



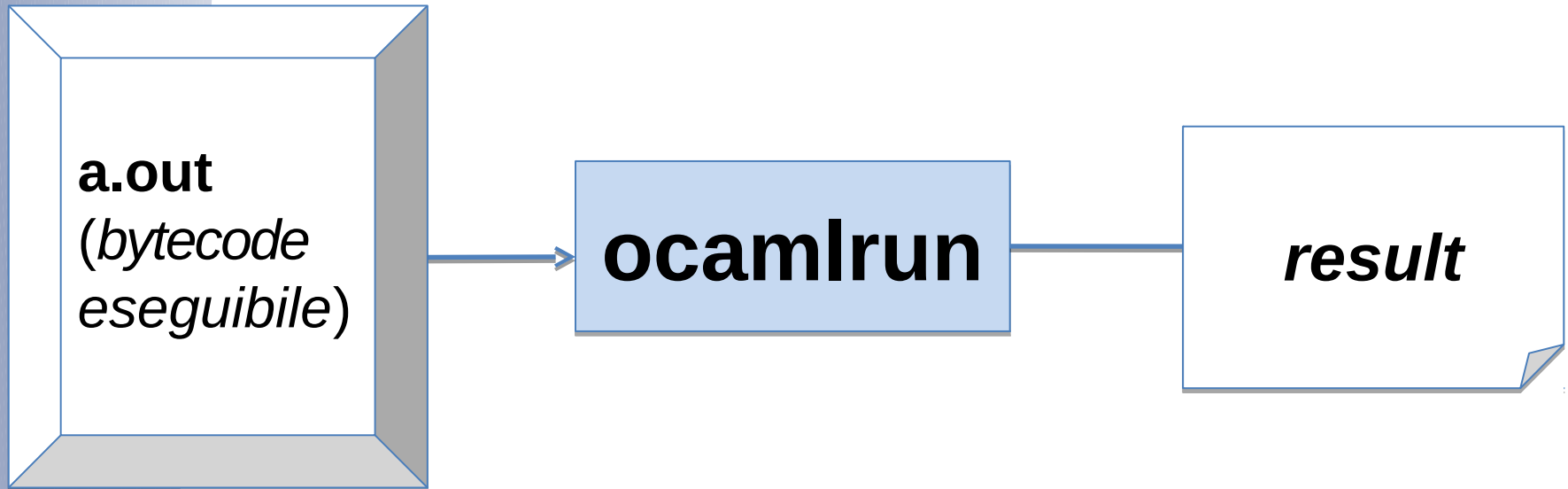
```
let t : tree =  
  Node( Node(Empty, 1, Empty),  
        3  
        Node(Empty, 2,  
              Node(Empty, 4, Empty)))
```

Compilare programmi OCaml



<http://caml.inria.fr/pub/docs/manual-ocaml/comp.html>

Eseguire bytecode OCaml



<http://caml.inria.fr/pub/docs/manual-ocaml-400/manual024.html>

Esempi



Compilazione e esecuzione dei files

trees.ml

treeExamples.ml



Ricerca in un albero

```
let rec contains (t: tree) (n:int) : bool =  
  begin match t with  
    | Empty -> false  
    | Node(lt, x, rt) -> x = n ||  
                        (contains lt n) ||  
                        (contains rt n)  
  end
```

La funzione `contains` effettua una ricerca del valore `n` nell'albero `t`. Caso peggiore: deve visitare tutto l'albero



Alberi binari di ricerca

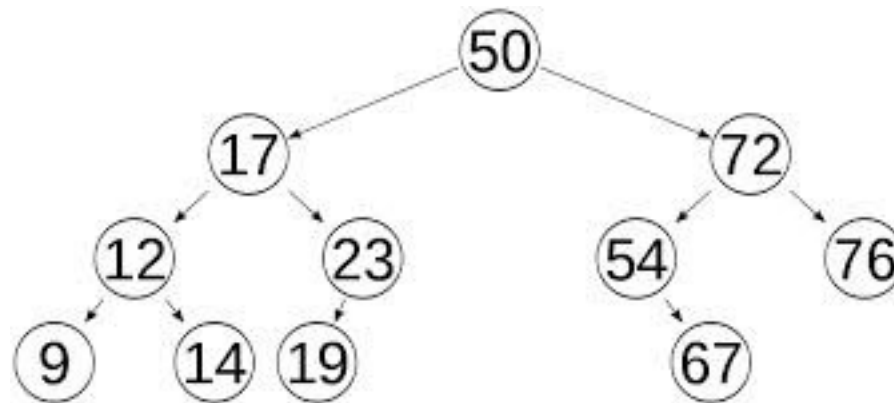
Idea: ordinare i dati su cui viene fatta la ricerca

Un albero binario di ricerca (BST) è un albero binario che deve soddisfare alcune proprietà invarianti aggiuntive

INVARIANTE DI RAPPRESENTAZIONE

- $\text{Node}(l_t, x, r_t)$ è un BST se
 - l_t e r_t sono BST
 - Tutti i nodi di l_t contengono valori $< x$
 - Tutti i nodi di r_t contengono valori $> x$
- Empty (L'albero vuoto) è un BST

Esempio



L'invariante di rappresentazione dei BST è soddisfatto.
Come di dimostra?
Ricordate le tecniche che avete imparato a LPP!!!



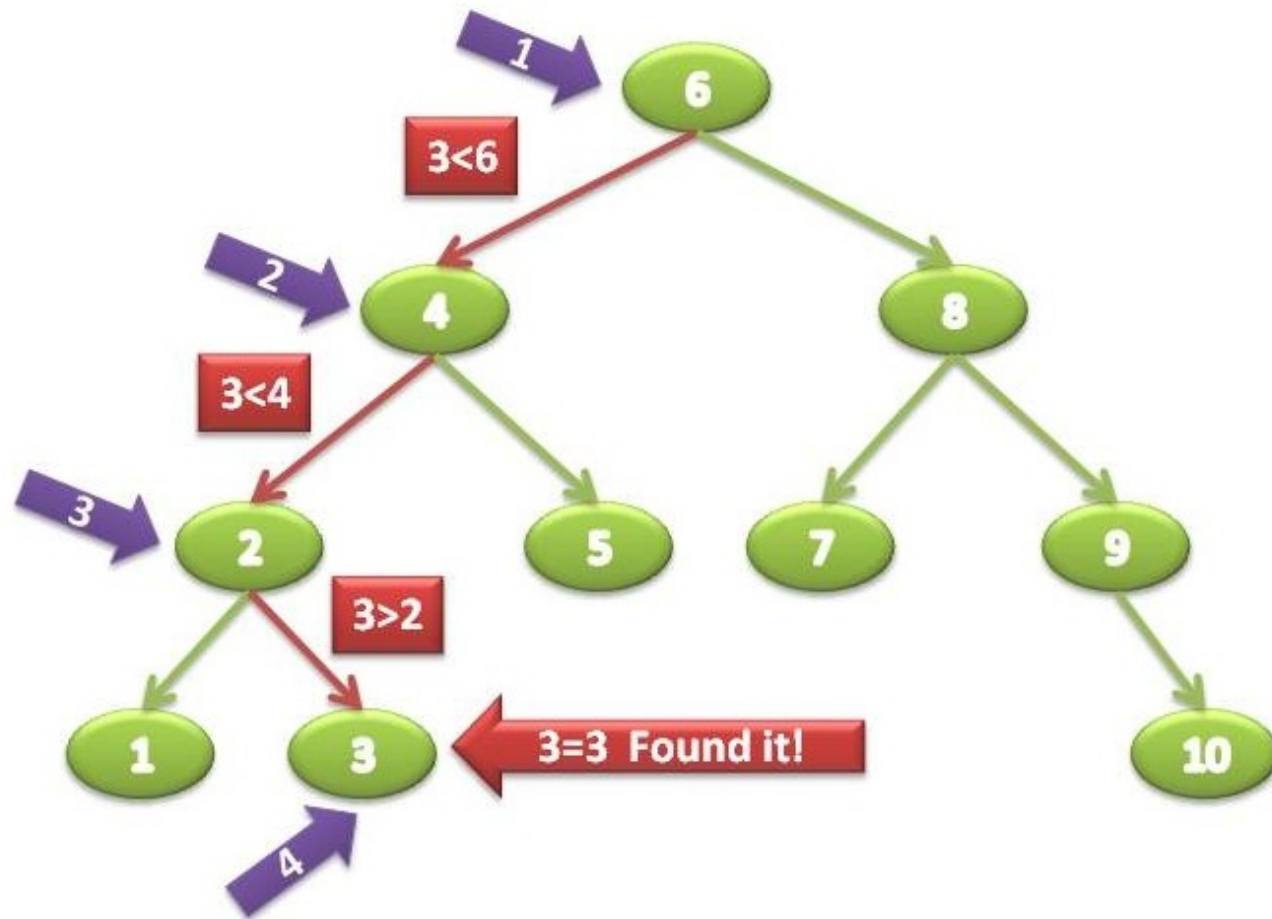
Ricerca su un BST

```
(* Ipotesi t e' un BST *)
let rec lookup (t:tree) (n:int) : bool =
begin match t with
| Empty -> false
| Node(lt,x,rt) ->
      if x = n then true
      else if n < x then (lookup lt n)
      else (lookup rt n)
end
```

Osservazione 1: L'invariante di rappresentazione guida la ricerca

Osservazione2: La ricerca potrebbe restituire valori non corretti se applicata a un albero che non soddisfa l'invariante di rappresentazione

lookup(t, 3)



Come costruiamo un BST



Opzione 1:

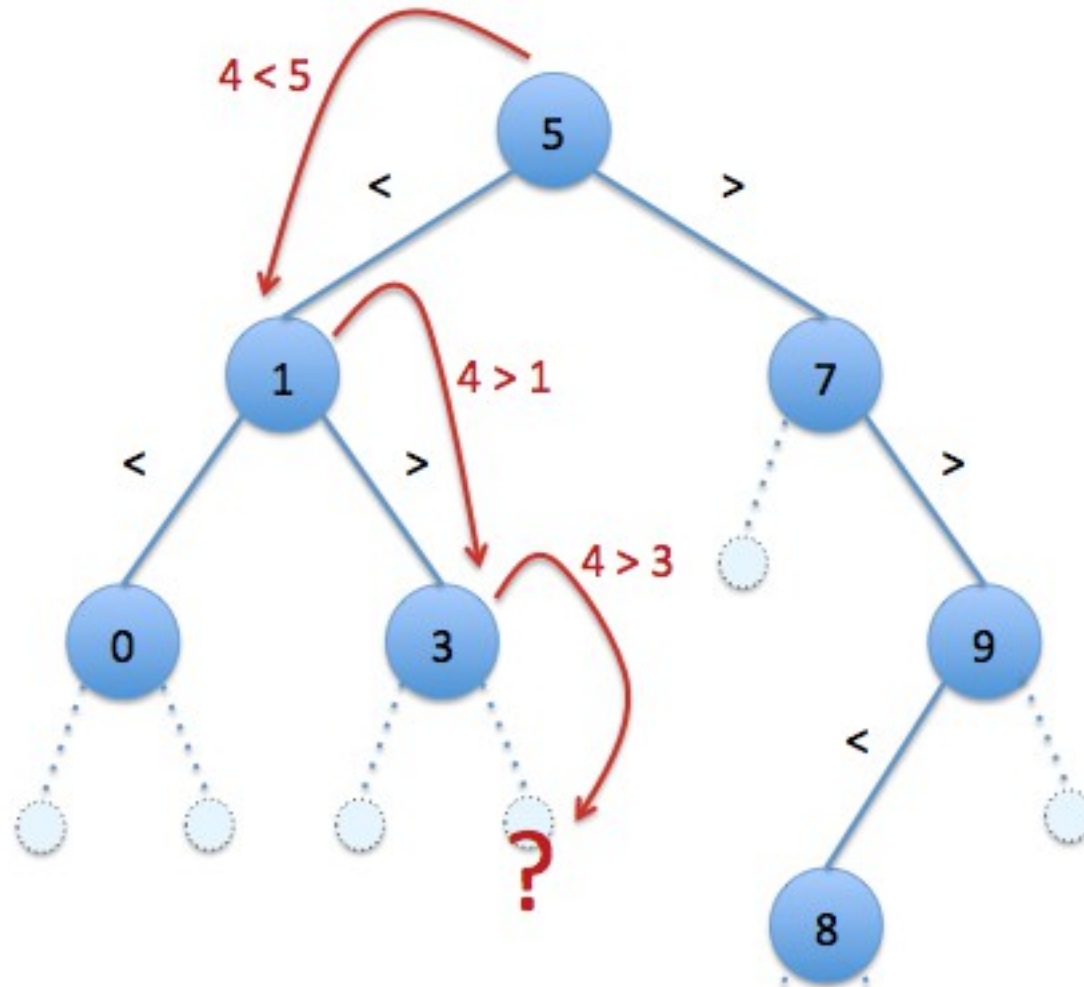
- Costruiamo un albero e poi controlliamo (check) che vale l'invariante di rappresentazione

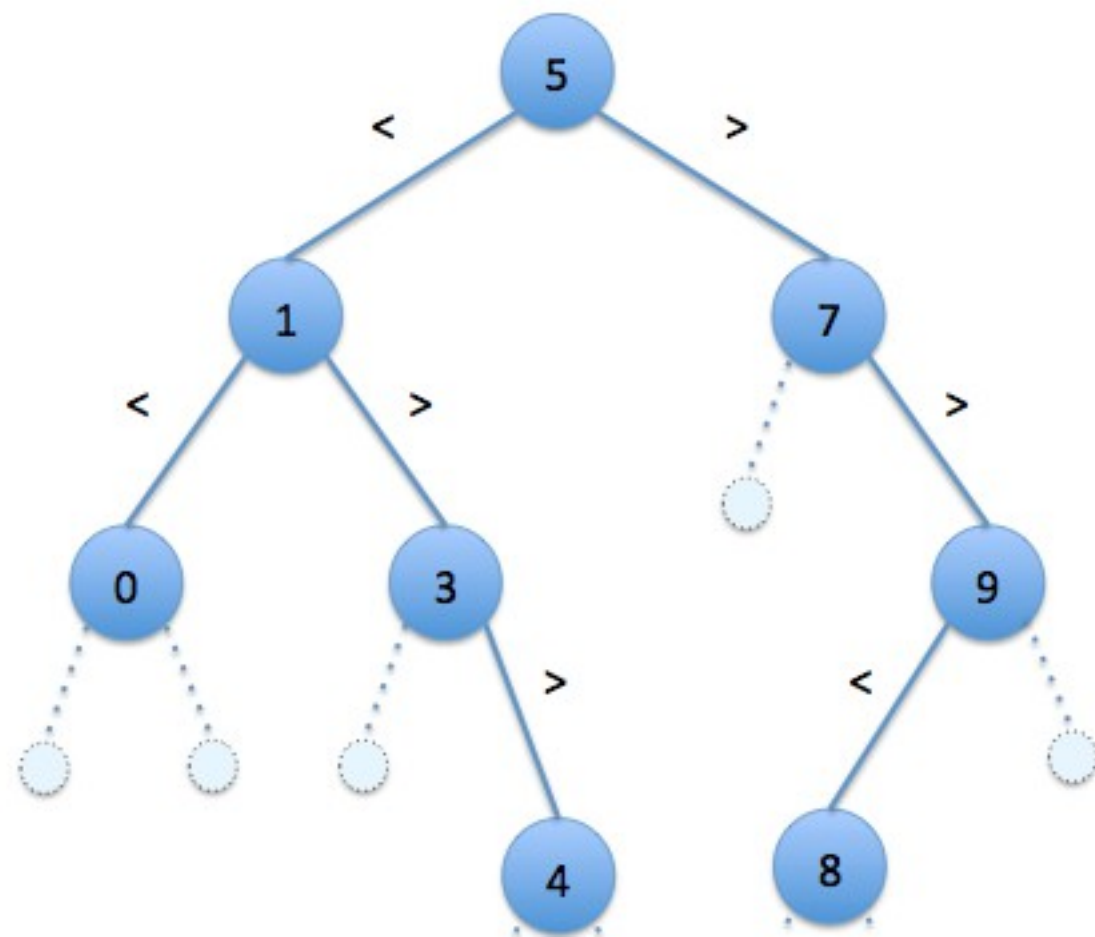
Opzione 2:

- Definire le funzioni che costruiscono BST a partire da BST (esempio la funzione che inserisce un elemento in un BST e restituisce un BST)
- Definire una funzione che costruisce il BST vuoto.
- Tutte queste funzioni soddisfano l'invariante di rappresentazione, pertanto “per costruzione” otteniamo un BST.
- Non si deve effettuare nessun controllo a posteriori!!
- Questo passo mette in evidenza il ruolo della teoria in informatica (tipi algebrici) ne parleremo nel seguito del corso.



insert(t, 4)





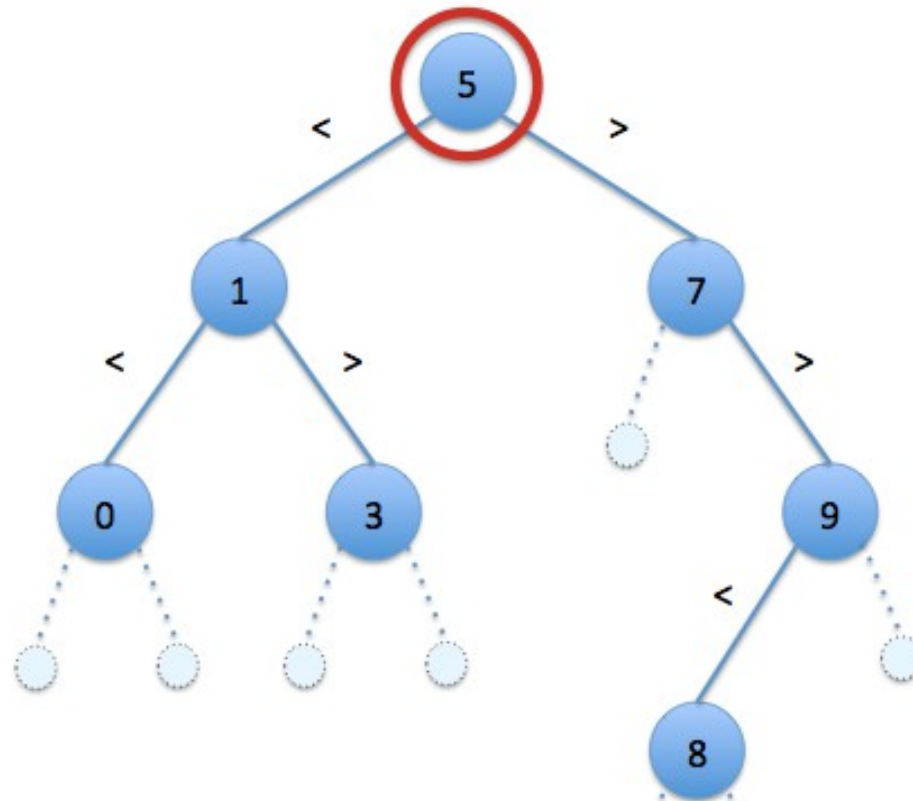


insert

```
(* Insert n nel BST t *)
let rec insert (t:tree) (n:int) : tree =
begin match t with
| Empty -> Node (Empty, n, Empty)
| Node (lt, x, rt) ->
    if x = n then t
    else if n < x then Node (insert lt n, x, rt)
    else Node (lt, x, insert rt n)
end
```

Per quale motivo l'albero costruito dalla funzione insert e' un BST?

Delete(t,5)



Operazione di rimozione è più complicata: si deve promuovere la foglia 3 a radice dell'albero!!!

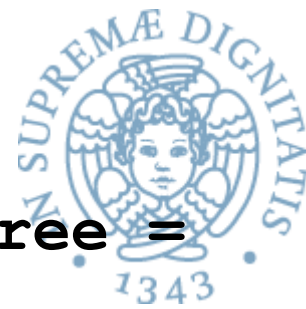


Funzione ausiliaria

```
let rec tree_max (t:tree) : int =  
  begin match t with  
    | Node(_,x,Empty) -> x  
    | Node(_,_,rt) -> tree_max rt  
    | _ -> failwith "tree_max called on Empty"  
  end
```

L'invariante di rappresentazione garantisce che il valore max si trova nella parte più a destra dell'albero

delete



```
let rec delete (t:tree) (n:int) : tree =
begin match t with
| Empty -> Empty
| Node(lt,x,rt) ->
    if x = n then
    begin match (lt,rt) with
    | (Empty, Empty) -> Empty
    | (Node _, Empty) -> lt
    | (Empty, Node _) -> rt
    | _ -> let m = tree_max lt in
            Node(delete lt m, m, rt)
    end
    else if n < x then
        Node(delete lt n, x, rt)
        else Node(lt, x, delete rt n)
end
```



Generici



Funzioni generiche

Analizziamo la funzione *length* applicata a *int list* e *string list*.

```
let rec length (l: int list) : int =  
  begin match l with  
  | [] -> 0  
  | _::tl -> 1 + length tl  
end
```

```
let rec length (l: string list) : int =  
  begin match l with  
  | [] -> 0  
  | _::tl -> 1 + length tl  
end
```

Le funzioni sono identiche
eccettuato per l'annotazione
di tipo



Generici in OCaml

```
let rec length (l : 'a list) : int =  
  begin match l with  
    | [] -> 0  
    | _ :: t1 -> 1 + (length t1)  
  end
```

La notazione **'a list** viene usata per indicare una lista generica

length [1;2;3] applica la funzione a *int list*

length ["a";"b";"c"] applica la funzione a *string list*

Append generico



```
let rec append (l1:'a list) (l2:'a list) : 'a list =  
  begin match l1 with  
  | [] -> l2  
  | h::t1 -> h::(append t1 l2)  
end
```

Pattern matching permette di operare su tipi generici

h ha tipo **`a**

t1 ha tipo **`a list**



Generic zip

```
let rec zip (l1:'a list) (l2:'b list):('a*'b) list =  
  begin match (l1,l2) with  
  | (h1::t1, h2::t2) -> (h1,h2)::(zip t1 t2)  
  | _ -> []  
end
```

La funzione opera su tipi generici multipli

(`'a list` e `'b list`, (`'a * 'b`) `list`)

```
zip [1;2;3] ["a";"b";"c"] = [(1,"a");(2,"b");  
(3,"c")] :  
(int * string) list
```



Generic trees

```
type 'a tree =  
| Empty  
| Node of 'a tree * 'a * 'a tree
```

Notare l'utilizzo del parametro di tipo **'a**



Generic BST

```
let rec insert (t: 'a tree) (n: 'a) : 'a tree =  
begin match t with  
| Empty -> Node(Empty, n, Empty)  
| Node(lt, x, rt) ->  
    if x = n then t  
    else if n < x then Node(insert lt n, x, rt)  
    else Node(lt, x, insert rt n)  
end
```

Gli operatori di relazione = e < operano su ogni tipo di dato



Abstract Collections



Abstract collections

- ✎ Le **collections** sono tipi di dati “contenitori”, tipicamente **omogenei**
- ✎ Ogni “collezione” contiene elementi di un **tipo base**
- ✎ Esempi: liste, alberi, insiemi, pile, code, bag (multinsiemi), ...
- ✎ Le operazioni sulle collezioni sono definite indipendentemente dal tipo base, sfruttando meccanismi come genericità e polimorfismo (astrazione dai dati)
- ✎ Le **abstract collections** sono realizzazioni di **collections** come **tipi di dati astratti**
 - Si definisce un'interfaccia che determina le operazioni messe a disposizione e le loro proprietà
 - Si realizza un'implementazione che fornisce le operazioni dell'interfaccia
 - Ci possono essere più realizzazioni, con diverse caratteristiche di efficienza
 - Il tipo di dati è **astratto** se la rappresentazione dei dati non è accessibile all'utente

Esempio di collection: Insiemi (sets)



- ✉ Un **insieme** è una collezione di dati omogenei (gli **elementi**) in cui
 - l'ordine non è rilevante
 - la numerosità non è rilevante (ogni elemento o appartiene o non appartiene a un insieme)
 - fornisce operazioni come unione, intersezione, appartenenza di un elemento, differenza, etc., con il significato noto
- ✉ A differenza delle liste, gli insiemi non sono un tipo primitivo in OCaml
- ✉ Strutture dati come Set sono usate frequentemente in molte applicazioni.
 - Interrogazioni SQL (insieme degli studenti iscritti a Informatica)
 - insieme dei risultati di una ricerca sul web con Google,
 - l'insieme dei dati di un esperimento al CERN, ...



Abstract Sets, informalmente

📍 Come **tipo di dati astratto** deve definire l'interfaccia di uso (le operazioni) e le proprietà di queste operazioni

📍 **Abstract Set:** esempio di **interfaccia**

- Crea l'insieme vuoto
- Aggiungi un elemento a un insieme dato
- Rimuovi un elemento da un insieme dato
- Controlla se un elemento appartiene a un insieme dato

📍 **Abstract Set:** esempio di **proprietà**

- Nessun elemento appartiene all'insieme vuoto
- Se inseriamo un elemento a un insieme, questo vi appartiene
- Se da un insieme rimuoviamo un elemento, questo non vi appartiene più
- Aggiungere una seconda volta un elemento non modifica la struttura dell'insieme
-

Abstract Sets: possibile implementazione



- ✉ Si può usare un Albero Binario di Ricerca (BST) per implementare il tipo di dati astratto Set:
 - Insieme vuoto => **Empty**
 - Operazioni **insert** e **delete** per aggiungere e eliminare elementi (BST non contengono duplicati)
 - Appartenenza di un elemento a un insieme => **lookup**
 - Elencare gli elementi che appartengono all'insieme => **visita dell'albero**
- ✉ **Attenzione:** Funziona perché su tutti i tipi di dato non modificabili ML è definito un ordinamento totale

Progettare e programmare



- ✉ Problema: In qualità di docente del corso di laurea, Mister X ha il compito di leggere il **syllabus** degli insegnamenti e di determinare quali tra le parole del syllabus appartengono al vocabolario delle parole chiave del **dizionario ICT** del 2014.
- ✉ Possiamo aiutarlo a farlo in modo automatico?

Astrazioni e programmazione



- Quali sono i concetti maggiormente significativi, **le astrazioni**, per definire una soluzione di questo problema?
- L'**insieme** delle parole che appaiono in un syllabus
- L'**insieme** delle parole del vocabolario ICT 2014
- L'**insieme** delle parole del syllabus che compaiono nel vocabolario ICT

Procediamo alla soluzione



- Supponiamo di avere il tipo generico degli insiemi: **'a set**
 - Dettagli nel seguito
- Definiamo l'interfaccia del nostro problema:

```
let countWord (textSyllabus : string list)
               (vocabICT : string set) : int =
failwith "Parliamone!!"
```

- Implementazione: esercizio per casa



Definire i casi di test

```
let vocabICT : string set = list_to_set ["Java"; "Cloud";  
"Social-Networks"; "BigData"; "Web-Services";  
"e-commerce"; "Macchine-Virtuali"]
```

```
let PR2Syllabus =
```

[Il corso di programmazione si propone di illustrare le caratteristiche principali dei linguaggi di programmazione e le loro strutture di implementazione in termini di macchine-virtuali. Il corso si propone presentare e discutere le tecniche per la programmazione a oggetti esemplificate e sperimentate utilizzando il linguaggio Java] (*visto come lista di stringhe*)

```
let test () : bool =  
countWord PR2Syllabus vocabICT = 2 ;;  
run_test "countWord" test!
```



Abstract Data Types come Moduli in OCaml



Interfaccia Set come “segnatura”

```
module type Set = sig
  type 'a set
  val empty : 'a set
  val add : 'a -> 'a set -> 'a set
  val remove : 'a -> 'a set -> 'a set
  val list_to_set : 'a list -> 'a set
  val member : 'a -> 'a set -> bool
  val elements : 'a set -> 'a list
end
```

- Si usa un **module type** (in un file `.mli`) per dichiarare un TdA
- **sig ... end** racchiudono una **segnatura**, che definisce il TdA e le operazioni
- **val**: nome dei valori (dati e operazioni) che devono essere definiti e dei loro tipi

Realizzazione di un TdA come modulo



Nome del Modulo

Segnatura che deve
essere implementata

```
module Myset : Set = struct
  type 'a set = 'a list
  let empty : 'a set = []
  let add (x:'a) (s:'a set) : 'a set = ...
  (* implementations of all the operations *)
  :
end
```

Tipo di dati concreto



“dot notation”

Per usare un identificatore **ide** definito nel modulo **Mod** si può usare la dot notation **Mod.ide**

```
let s1 = Myset.add 3 Myset.empty
let s2 = Myset.add 4 Myset.empty
let s3 = Myset.add 4 s1
let test () : bool = (Myset.member 3 s1) = true
;; run_test "Myset.member 3 s1" test
let test () : bool = (Myset.member 4 s3) = true
;; run_test "Myset.member 4 s3" test!
```




Open module

Alternativa: Aprire lo scope del modulo (**open**) per portare i nomi nell'ambiente del programma in esecuzione

```
;; open Myset
let s1 = add 3 empty
let s2 = add 4 empty
let s3 = add 4 s1
let test () : bool = (member 3 s1) = true
;; run_test "Myset.member 3 s1" test
let test () : bool = (member 4 s3) = true
;; run_test "Myset.member 4 s3" test
```



Implementare astrazioni

- ✎ Abbiamo molte possibilità per scegliere la struttura di implementazione degli insiemi
 - list, tree, array, etc.
- ✎ Come scegliamo la struttura di implementazione?
- ✎ Ricordiamo che un “insieme è una struttura soggetta a alcuni invarianti di rappresentazione.”
- ✎ Esempi:
 - Un insieme è implementato con una *lista senza elementi ripetuti*
 - Un insieme è implementato con un *albero senza elementi ripetuti*
 - Un insieme è implementato con un *array di bit 0 = non appartiene, 1 = appartiene*
- ✎ **Il punto importante è rispettare l’invariante di rappresentazione**



Tipi di dati astratti

- Un tipo di dati astratto (ADT, Abstract Data Type) è un tipo di dati le cui istanze possono essere manipolate con modalità che dipendono esclusivamente dalla semantica del tipo e non dalla sua implementazione.
- Idea: Hide the *concrete representation* of a type behind an *abstract interface* to preserve invariants (Barbara Liskov)

ADT



- ✉ La nozione di interfaccia (interface) restringe le modalità di interazione del tipo di dati con le altre parti che compongono il programma.
- ✉ Vantaggi:
 - **Safety:** gli utenti del tipo di dati non possono rompere l'invariante di rappresentazione
 - **Modularità:** E' possibile modificare l'implementazione del tipo di dati senza dover modificare l'implementazione dei programmi che lo utilizzano.



ADT: Implementazione

```
module MySet : Set = struct
  type 'a tree =
    | Empty
    | Node of 'a tree * 'a * 'a tree
  type 'a set = 'a tree
  let empty : 'a set = Empty
  ...
end
```

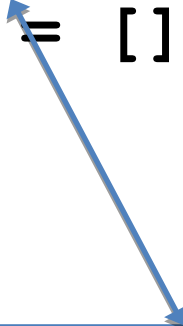
Un tipo concreto
per il tipo set

1. L'implementazione del ADT Set deve includere l'implementazione delle operazioni descritte nell'interfaccia. Può contenere anche altre operazioni (ausiliarie) che non possono essere usate dall'esterno del modulo.
2. I tipi dell'implementazione devono essere consistenti con quelli definiti nell'interfaccia.

Implementazione di Set basata su list



```
module MySet2 : Set =  
struct  
  type 'a set = 'a list  
  let empty : 'a set = []  
  ...  
end
```



Una definizione
differente
per il tipo set



Attenzione!

```
open MySet  
let s1 : int set = Empty
```

Non supera la fase di controllo dei tipi

Infatti il costruttore `Empty` non è visibile esternamente al modulo

Sperimentazione



- ✉ Completare l'implementazione dell'ADT Set usando come rappresentazione concreta
 - una lista senza ripetizioni
 - una lista generica
 - un albero binario
 - un albero binario di ricerca
- ✉ Definire e eseguire opportuni test cases