ESERCITAZIONE

INTERPRETAZIONE

- Dominio di interesse: i numeri naturali
- Costanti: {0,1,2, ...}
- Funzioni: {+,-,*,/,%} interpretate rispettivamente come somma, sottrazione, moltiplicazione, divisione intera, resto della divisione intera tra numeri naturali
- Predicati: {=,>,<} intepretati rispettivamente come uguaglianza, minore di e maggiore di tra numeri naturali

SPECIFICHE (con logica del primo ordine)

- x è un numero primo
- Il successore di un numero primo è un numero pari
- I numeri primi sono infiniti
- Tutte le coppie di numeri naturali hanno un massimo comun divisore
- Tutte le coppie di numeri naturali hanno un minimo comune multiplo
- Se un numero *m* è un multiplo di un numero *n*, allora l'insieme dei multipli di *m* è un sottoinsieme dell'insieme dei multipli di *n*

INTERVALLI

Utilizzando le leggi dei quantificatori funzionali, dimostrare le seguenti formule:

- $k = \mathbf{min}\{x \in [a,b) \mid P\} \wedge k \in [a,b) \Rightarrow (\forall x \in [a, k).\ \sim P)$
  con [a,b) non vuoto

- $((\mathbf{min}\ \{x \in [0,N) \mid P\}\ \mathit{min}\ N) \neq N) \equiv (\exists x \in [0,N)\ .P)$
  con N numero naturale

SPECIFICHE (sequenze)

Si assuma che le sequenze siano array con dominio [0, n] di valori interi

- Nella sequenza **a** c'è un solo elemento uguale alla sua posizione
- Gli elementi di indice pari della sequenza **a** sono dispari
- x è il numero di elementi della sequenza **a** che sono maggiori della somma degli elementi che lo precedono
- Si esprima a parole il senso della seguente formula concernente le sequenze **a** e **b**:

$$(\forall i \in [0,n).\ a[i] = b[i - \#\{j \in [1,i] \mid a[j] = a[j-1]\}])$$

$$a = [1,1,1,3,4,4] \quad b = [1,3,4,5,5,3]$$