

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2011-2012

QUARTO APPELLO - 04/7/2012

ESERCIZIO 1

Si provi che la seguente proposizione è una tautologia:

$$((P \Rightarrow \neg S) \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow \neg(\neg S \wedge Q)$$

ESERCIZIO 2

Si provi che la seguente formula è valida (P , R e Q contengono la variabile libera x):

$$((\forall x.P) \vee \neg(\exists x.R)) \wedge (\forall x.\neg Q \Rightarrow R) \Rightarrow (\forall x.Q \vee P)$$

ESERCIZIO 3

Utilizzando il calcolo del primo ordine si formalizzi il seguente enunciato dichiarativo, indicando esplicitamente l'interpretazione intesa:

“Tutti gli esami superati sia da Mario che da Antonio sono esami del primo anno, ma Antonio ha superato anche esami del secondo anno.”

ESERCIZIO 4

Assumendo \mathbf{a} , \mathbf{b} : **array** $[0, n]$ **of nat**, si formalizzi il seguente enunciato:

“Il minimo valore tra gli elementi di \mathbf{b} che compaiono in posizione dispari è più grande di ogni valore di \mathbf{a} .”

ESERCIZIO 5

Si dimostri la seguente tripla di Hoare (assumendo che \mathbf{a} : **array** $[0, n]$ **of int**).

```
{k ∈ dom(a) ∧ (∀i.i ∈ [0, k) ⇒ a[i] ≤ 0)}  
  if a[k] ≤ 0 then skip else a[k] := - a[k] fi;  
  k := k + 1  
{(∀i.i ∈ [0, k) ⇒ a[i] ≤ 0)}
```

ESERCIZIO 6

Si consideri il seguente programma annotato:

```
{x = A ∧ A > 0 ∧ y = 1 ∧ w = B ∧ B ≥ 0}  
{Inv : x = A ∧ y = x(B-w)} {t: w}  
while w > 0 do  
  y := y * x; w := w - 1;  
endw  
{y = AB}
```

1. Scrivere le ipotesi di invarianza, di progresso e di terminazione.
2. Dimostrare l'ipotesi di invarianza.