

# LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2011-2012

## TERZO APPELLO - 13/06/2012

### ESERCIZIO 1

Si provi che la seguente proposizione è una tautologia:

$$(Q \wedge R \Rightarrow P) \Rightarrow (\neg P \Rightarrow (R \Rightarrow \neg Q))$$

### ESERCIZIO 2

Si provi che la seguente formula è valida ( $P$ ,  $R$  e  $Q$  contengono la variabile libera  $x$ ):

$$(\exists x.Q \vee \neg P) \wedge (\forall x.Q \Rightarrow R) \wedge (\forall x.\neg R \Rightarrow P) \Rightarrow (\exists x.R)$$

### ESERCIZIO 3

Utilizzando il calcolo del primo ordine si formalizzi il seguente enunciato dichiarativo, indicando esplicitamente l'interpretazione intesa:

“Mario è amico di mio padre, ma non tutti i miei amici sono amici di mio padre.”

### ESERCIZIO 4

Assumendo  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  : **array** [0, n) of nat, si formalizzi il seguente enunciato:

“Ogni elemento pari di  $\mathbf{a}$  compare in  $\mathbf{b}$  nella stessa posizione, mentre la somma dei rimanenti elementi di  $\mathbf{a}$  è minore del massimo valore di  $\mathbf{b}$ .”

### ESERCIZIO 5

Si determini l'espressione booleana  $E$  che rende valida la seguente tripla di Hoare e quindi si verifichi la tripla (si assuma che  $\mathbf{a}$  : **array** [0, n) of int).

```
{0 ≤ z < n - 1 ∧ m = (max i : i ∈ [0, z).a[i] }  
  if E then m := a[z] else skip fi;  
  z := z + 1  
{m = (max i : i ∈ [0, z).a[i]}
```

### ESERCIZIO 6

Si consideri il seguente programma annotato:

```
{A > 0 ∧ k = A ∧ s = A}  
{Inv : s = (∑i : i ∈ [k, A].i) ∧ k ∈ [-A, A]}{t: |k|}  
while k ≠ 0 do  
  if k > 0  
    then k := -k + 1; s := s - k;  
    else k := -k - 1; s := s + k;  
  fi;  
endw  
{s = A * (A + 1) / 2}
```

1. Scrivere le ipotesi di invarianza, di progresso e di terminazione.
2. Dimostrare le ipotesi di progresso e di terminazione.