

# LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2011-2012

## SECONDO APPELLO - 7/02/2012

### ESERCIZIO 1

Si provi che la seguente proposizione è una tautologia:

$$(P \Rightarrow S \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge \neg(S \vee \neg R) \Rightarrow (Q \Rightarrow \neg P)$$

### ESERCIZIO 2

Si provi che la seguente formula è valida ( $P$ ,  $R$  e  $S$  contengono la variabile libera  $x$ ):

$$(\forall x. \neg P \wedge R) \wedge (\exists x. \neg S \Rightarrow P \vee \neg R) \Rightarrow \neg(\forall x. \neg S)$$

### ESERCIZIO 3

Utilizzando il calcolo del primo ordine si formalizzi il seguente enunciato dichiarativo, indicando esplicitamente l'interpretazione intesa:

“Tutti i conoscenti comuni a Mario e ad Antonio sono italiani, ma Mario ha anche conoscenti francesi.”

### ESERCIZIO 4

Assumendo  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  : **array**  $[0, n]$  **of nat**, si formalizzi il seguente enunciato:

“La somma degli elementi di  $\mathbf{a}$  che sono multipli di 5 e compaiono in  $\mathbf{b}$  in posizione pari è minore di 100.”

### ESERCIZIO 5

Si verifichi la seguente tripla di Hoare:

$$\begin{aligned} &\{x \geq 0 \wedge y = (\sum i : i \in [0, x] \wedge i \% 6 = 0 . i)\} \\ &\quad \mathbf{if } x \% 6 = 0 \mathbf{ then } y := y + x \mathbf{ else skip fi;} \\ &\quad x := x + 1 \\ &\{y = (\sum i : i \in [0, x] \wedge i \% 6 = 0 . i)\} \end{aligned}$$

### ESERCIZIO 6

Si consideri il seguente programma annotato:

$$\begin{aligned} &\{x = A \wedge z = B \wedge n \geq 0 \wedge x \geq 0\} \\ &\{\mathbf{Inv} : z = B + (|n - A| - |n - x|) * n) \wedge n \geq 0 \wedge x \geq 0\} \{t: |n - x|\} \\ &\mathbf{while } x \neq n \mathbf{ do} \\ &\quad \mathbf{if } x > n \mathbf{ then } x := x - 1 \mathbf{ else } x := x + 1 \mathbf{ fi;} \\ &\quad z := z + n \\ &\mathbf{endw} \\ &\{z = B + (|n - A| * n)\} \end{aligned}$$

1. Scrivere le ipotesi di invarianza, di progresso e di terminazione.
2. Dimostrare le ipotesi di progresso e di terminazione.