LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2011-2012
PRIMO COMPITINO - 04/11/2011

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Utilizzando il Calcolo Proposizionale, si formalizzi il seguente enunciato dichiarativo.

"Se si gioca e si studia allora si superera l'esame, ma se si gioca solo non lo si supera"

ESERCIZIO 2
Si provi che le seguenti proposizioni sono tautologie:

1. $(R \vee Q) \wedge (P \Rightarrow \neg Q) \wedge \neg R \Rightarrow \neg P$
2. $(\neg P \vee Q \Rightarrow \neg R \wedge S) \equiv (\neg P \Rightarrow \neg(R \vee \neg S)) \wedge (\neg Q \vee (S \wedge \neg R))$

ESERCIZIO 3
Si dica se la seguente proposizione è una tautologia oppure no, motivando la risposta:

$$P \wedge (Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \vee Q \Rightarrow P \wedge R)$$

ESERCIZIO 4
Utilizzando la logica del prim'ordine si formalizzi il seguente enunciato dichiarativo, indicando esplicitamente l'interpretazione intesa.

"Ogni studente ha una matricola, ma non ci sono due studenti con la stessa matricola"

ESERCIZIO 5
Si provi che la seguente formula è valida (P, Q e R contengono la variabile libera x)

$$(\exists x.R \wedge Q) \wedge ((\forall x.P) \vee (\forall x.\neg R)) \Rightarrow (\exists x.P) \wedge (\exists x.Q)$$

ESERCIZIO 6
Usando la definizione di semantica della logica del prim'ordine, mostrare che la formula

$$(\forall x.Q(x) \Rightarrow (\exists y.P(x,y)))$$

è vera nell'interpretazione $I = (D, \alpha)$ dove $D = \{a, b, c\}$ ed α è definita come segue:

$$\alpha(P)(x,y) = \begin{cases} T & \text{se } x = a \text{ e } y = b \text{ oppure } x = a \text{ e } y = c, \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases} \qquad \alpha(Q)(x) = \begin{cases} T & \text{se } x = a, \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases}$$