

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE – a.a. 2017/18

Quinta esercitazione — 23/11/2017

ESERCIZIO 1 Si fornisca per ognuno dei seguenti enunciati una formula del primo ordine che lo formalizza usando l'interpretazione standard sui naturali e ipotizzando che **bar** e **foo** siano due array con dominio rispettivamente $[0, n)$ e $[0, m)$:

1. L'array **bar** ha al massimo un elemento minore di tutti gli elementi dell'array **foo** (*suggerimento: usare i quantificatori funzionali $\#$ e min*)
2. Il primo elemento dell'array **foo**, se esiste, è proprio uguale al doppio della somma degli elementi pari dell'array **bar**
3. La sequenza costituita dall'array **bar** seguito dall'array **foo** è strettamente crescente
4. Il numero di elementi dell'array **bar** che sono uguali all'elemento successivo è minore della somma degli elementi dell'array **foo** che sono uguali al doppio dell'elemento precedente
5. Ogni elemento dell'array **foo** di posizione pari è il triplo di un elemento dell'array **bar**, mentre tutti gli altri sono minori di tutti gli elementi di **bar**

ESERCIZIO 2 Si consideri il seguente array **a** con dominio $[0, 4)$:

7	6	11	4
---	---	----	---

Si dimostri, utilizzando più volte la legge dell'intervallo per la sommatoria, la validità della seguente formula:

$$m = (\sum x : x \in [0, 4) \wedge \mathit{pari}(\mathbf{a}[x]) \cdot (\mathbf{a}[x] - 1)^2) \quad \equiv \quad m = 34$$

ESERCIZIO 3 Si consideri il seguente array **a** con dominio $[0, 5)$:

5	2	4	0	3
---	---	---	---	---

Si spieghi a parole cosa calcola la seguente formula e si dica quanto vale k :

$$k = (\sum x : x \in [0, 5) \wedge (\mathbf{a}[x] \in [0, 5) \Rightarrow \mathit{pari}(\mathbf{a}[\mathbf{a}[x]])) \cdot x$$

ESERCIZIO 4 Dimostrare la seguente formula usando le ipotesi non tautologiche e la legge dell'intervallo per la sommatoria:

$$m = (\sum y : y \in [0, z) \cdot \mathbf{a}[y]) + 2 * (\sum y : y \in [0, z) \cdot y) \Rightarrow \\ m + \mathbf{a}[z] + 2 * z = (\sum y : y \in [0, z] \cdot \mathbf{a}[y]) + 2 * (\sum y : y \in [0, z] \cdot y)$$

ESERCIZIO 5 Usando le ipotesi non tautologiche e le opportune leggi dell'intervallo, dimostrare la seguente formula e assumendo che gli array **a** e **b** abbiano dominio $[0, n)$ e che $x \in (0, n)$:

$$(\forall i . i \in [0, x) \Rightarrow \mathbf{b}[i] = (\sum j : j \in [0, i) \cdot \mathbf{a}[j])) \wedge \mathbf{b}[x] = \mathbf{b}[x - 1] + \mathbf{a}[x] \Rightarrow \\ (\forall i . i \in [0, x] \Rightarrow \mathbf{b}[i] = (\sum j : j \in [0, i) \cdot \mathbf{a}[j]))$$