

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE - a.a. 2017-2018

Terzo Appello - 15 Giugno 2018

Scrivere **nome, cognome, matricola e corso IN ALTO A DESTRA** su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Per ognuna delle seguenti formule si dica se si tratta di una tautologia oppure no. Se è una tautologia si fornisca una dimostrazione altrimenti si fornisca un controesempio.

1. $(P \vee \neg Q \Rightarrow \neg S) \wedge (Q \wedge \neg P \Rightarrow R) \Rightarrow (R \Rightarrow \neg S)$
2. $((P \vee \neg S) \vee \neg R \Rightarrow Q \wedge S) \wedge (R \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow (R \Rightarrow \neg P)$

ESERCIZIO 2

Si consideri l'alfabeto del primo ordine con $\mathcal{C} = \emptyset$, $\mathcal{F} = \emptyset$, $\mathcal{P} = \{professore, corso, primo, insegna, =\}$, dove i simboli di predicato *professore*, *corso* e *primo* sono unari mentre *insegna* e *=* sono binari. Si consideri l'interpretazione $\mathcal{I} = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove \mathcal{D} è l'insieme dei professori e dei corsi e α è definita come segue:

- $\alpha(\text{professore})(d) = \mathbf{T}$ se e solo se d è un professore,
- $\alpha(\text{corso})(d) = \mathbf{T}$ se e solo se d è un corso,
- $\alpha(\text{primo})(d) = \mathbf{T}$ se e solo se d è un corso del primo semestre,
- $\alpha(\text{insegna})(d, d') = \mathbf{T}$ se e solo se il professore d insegna il corso d' .
- $\alpha(=)(d, d') = \mathbf{T}$ se e solo se d e d' sono lo stesso elemento del dominio

Si formalizzi il seguente enunciato:

"I professori insegnano un corso nel primo semestre ed un corso diverso nel secondo"

ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida (A, B, C e D contengono la variabile libera x):

$$(\exists x. \neg A \vee \neg(B \wedge \neg D)) \wedge \neg(\exists x. (\neg B \vee D) \wedge \neg C) \wedge (\forall x. A) \Rightarrow (\exists x. C)$$

ESERCIZIO 4

Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b: array [0, n] of int**):

*"Nessuno degli elementi pari dell'array **a** è maggiore della somma degli elementi dispari dell'array **b** che lo precedono"*

ESERCIZIO 5

Si consideri il seguente programma annotato (assumendo **a: array [0, n] of int**):

```
{w = 1 ∧ s = 1}
{Inv: w ∈ [1, n] ∧ s = (∑x : x ∈ [1, w] ∧ (a[x] > a[x - 1]) . a[x]) + w2} {t: n - w}
while (w < n) do
  if (a[w] > a[w-1])
    then s := s + a[w]
    else skip
  fi;
  s, w := (s + 1 + 2*w), w+1
endw
{s = (∑x : x ∈ [1, n] ∧ (a[x] > a[x - 1]) . a[x]) + n2}
```

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 6

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a, b: array [0, k] of int**):

```
{h ∈ [1, k] ∧ (∀i. i ∈ [0, h] ⇒ a[i] < a[i - 1] * b[i - 1])}
  a[h] := b[h-1] * a[h-1] - 1
{(∀i. i ∈ [0, h] ⇒ a[i] < a[i - 1] * b[i - 1])}
```