

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2017-2018

Secondo Appello - 8/02/2018

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio **mostrando esplicitamente che rende la formula falsa**.

1. $(P \wedge \neg S \Rightarrow \neg(Q \Rightarrow R)) \wedge \neg(Q \wedge \neg R) \wedge (P \vee R) \Rightarrow S \vee R$
2. $(S \vee \neg R) \wedge ((P \Rightarrow Q) \Rightarrow R \wedge \neg Q) \Rightarrow (\neg S \Rightarrow (\neg P \wedge Q))$

ESERCIZIO 2

Si consideri l'alfabeto del primo ordine \mathcal{A} con simboli di predicato $\mathcal{P} = \{qualif(-), stGirone(-, -), batte(-, -), =(-, -)\}$ e l'interpretazione $I = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove \mathcal{D} è l'insieme delle squadre, e

- $\alpha(qualif)(p)$ è vera se e solo se la squadra p si qualifica,
- $\alpha(stGirone)(p, q)$ è vera se e solo se le squadre p e q sono nello stesso girone,
- $\alpha(batte)(p, q)$ è vera se e solo se la squadra p ha battuto la squadra q ,
- $\alpha(=)(p, q)$ è vera se e solo se p e q sono la stessa squadra.

Formalizzare il seguente enunciato usando l'alfabeto \mathcal{A} rispetto all'interpretazione I :

“Una squadra si qualifica se ha battuto tutte le squadre del suo girone oppure se solo una squadra del suo girone la ha battuta.”

ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida (P, Q, R e S contengono la variabile libera x):

$$(\forall x. P \Rightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg R)) \wedge \neg(\exists x. \neg P \vee \neg S) \wedge \neg(\forall x. \neg(\neg R \Rightarrow \neg S)) \Rightarrow \neg(\forall x. \neg Q)$$

ESERCIZIO 4

Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

“Il numero di elementi di **a** che sono maggiori della somma degli elementi precedenti è uguale al minimo tra gli indici degli elementi dispari di **b**.”

ESERCIZIO 5

Si consideri il seguente frammento di programma annotato, dove $n \geq 0$:

```
{x = 0 ∧ k = 0 ∧ s = 1}
{Inv: x ∈ [0, n] ∧ k = x2 ∧ s = 2x + 1}{t: n - x}
while x < n do
  s, k := s+2, k+s;
  x := x+1
endw
{k = n2}
```

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l'ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 6

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a, b: array [0, n) of int**), **sviluppando, delle tre condizioni del comando condizionale, solo quella relativa al ramo then**.

```
{h ∈ [1, n) ∧ (∀i. i ∈ [0, h) ⇒ b[i] = (max x : x ∈ [0, i] ∧ pari(a[x]). a[x]))}
if (a[h] mod 2 = 0) and (a[h] > b[h-1])
  then b[h] := a[h]
  else b[h] := b[h-1]
fi
{(∀i. i ∈ [0, h) ⇒ b[i] = (max x : x ∈ [0, i] ∧ pari(a[x]). a[x]))}
```