

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE - a.a. 2017-2018

Prima prova di verifica intermedia - 2/11/2017

Attenzione: si scrivano nome, cognome, matricola e corso IN ALTO A DESTRA su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Si dimostri che la seguente proposizione è una tautologia, senza usare tabelle di verità:

$$(P \vee \neg S \Rightarrow Q \vee \neg R) \Rightarrow \neg R \equiv (R \Rightarrow \neg Q) \wedge (S \Rightarrow \neg R \vee P)$$

ESERCIZIO 2

Per ognuna delle seguenti formule si dica se si tratta di una tautologia oppure no. Se è una tautologia si fornisca una dimostrazione altrimenti si fornisca un controesempio.

1. $(P \Rightarrow \neg((\neg Q \wedge \neg R) \vee R)) \wedge (S \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow \neg S)$
2. $(P \Rightarrow (\neg Q \wedge R) \vee \neg R) \wedge (S \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow \neg S)$

ESERCIZIO 3

Si dica, motivando la risposta, se il seguente passo di dimostrazione è corretto oppure no:

$$\begin{aligned} & ((P \Rightarrow \neg(R \wedge \neg S)) \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow \neg R \vee S \\ \Leftarrow & \{(\text{Sempl-}\wedge), (\text{Doppia Negazione})\} \\ & ((P \Rightarrow S) \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow \neg R \vee S \end{aligned}$$

ESERCIZIO 4

Si consideri l'alfabeto del primo ordine con $\mathcal{C} = \{P\}$, $\mathcal{F} = \emptyset$, $\mathcal{P} = \{\textit{italiana}, \textit{volo}, =\}$, dove il simbolo di predicato *italiana* è unario mentre *volo* e *=* sono binari. Si consideri l'interpretazione $\mathcal{I} = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove \mathcal{D} è l'insieme delle città e α è definita come segue:

- $\alpha(P) = \text{"la città Parigi"}$,
- $\alpha(\textit{italiana})(d) = \mathbf{T}$ se e solo se d è una città italiana,
- $\alpha(\textit{volo})(d, d') = \mathbf{T}$ se e solo se esiste un volo aereo diretto che parte dalla città d ed arriva alla città d' .
- $\alpha(=)(d, d') = \mathbf{T}$ se e solo se d e d' sono la stessa città.

Si formalizzi il seguente enunciato:

Ogni città italiana ha un volo aereo per Parigi con una tappa intermedia in un'altra città italiana se non ha un volo diretto per Parigi

ESERCIZIO 5

Si calcoli, motivando la risposta, il valore di verità della seguente formula sull'alfabeto del primo ordine con $\mathcal{C} = \{a\}$, $\mathcal{F} = \emptyset$ e $\mathcal{P} = \{P, Q\}$:

$$\phi = (\forall x. Q(x, a) \Rightarrow (\exists y. P(x, y) \wedge \neg P(y, x)))$$

nell'interpretazione $\mathcal{I} = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove $\mathcal{D} = \{1, 2, 3\}$ ed α è definita come segue

$$\begin{aligned} \alpha(a) &= 2 \\ \alpha(Q)(z, v) &= \begin{cases} \mathbf{T} & \text{se } (z, v) \in \{(1, 2), (3, 2), (1, 1)\} \\ \mathbf{F} & \text{altrimenti} \end{cases} \\ \alpha(P)(z, v) &= \begin{cases} \mathbf{T} & \text{se } (z, v) \in \{(1, 2), (3, 1), (3, 2), (2, 3), (3, 3)\} \\ \mathbf{F} & \text{altrimenti} \end{cases} \end{aligned}$$

Si calcoli cioè $\mathcal{I}_\rho(\phi)$ usando le regole della semantica del primo ordine, dove ρ è un assegnamento arbitrario.