

# LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2015-2016

## Secondo Appello - 11/02/2016

**Attenzione:** Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

### ESERCIZIO 1

Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio mostrando esplicitamente che rende la formula falsa.

1.  $(\neg P \Rightarrow R) \wedge (S \vee Q \Rightarrow \neg P) \Rightarrow (\neg R \wedge \neg Q \Rightarrow \neg S)$
2.  $(P \vee \neg R) \wedge (S \vee \neg Q \Rightarrow \neg P) \Rightarrow (S \Rightarrow \neg R) \wedge (R \Rightarrow \neg Q)$

### ESERCIZIO 2

Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di costante  $\mathcal{C} = \{L, P\}$  e simboli di predicato  $\mathcal{P} = \{citta(-), volo(-), partenza(-, -), arrivo(-, -)\}$  rispetto all'interpretazione fissata  $(\mathcal{D}, \alpha)$ , dove  $\mathcal{D}$  è l'insieme di tutte le città e di tutti i voli, e

- $\alpha(L)$  è la città Londra,
- $\alpha(P)$  è la città Parigi,
- $\alpha(citta)(p)$  è vera se e solo se  $p$  è una città,
- $\alpha(volo)(p)$  è vera se e solo se  $p$  è un volo aereo,
- $\alpha(partenza)(p, q)$  è vera se e solo se il volo  $p$  parte dalla città  $q$ ,
- $\alpha(arrivo)(p, q)$  è vera se e solo se il volo  $p$  arriva nella città  $q$ .

“Ogni città ha almeno un volo aereo per Parigi o per Londra.”

### ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida ( $P, Q, R$  e  $S$  contengono la variabile libera  $x$ ):

$$((\forall x. P \wedge \neg R) \vee \neg(\exists x. Q \wedge \neg S)) \wedge (\exists x. Q \vee R) \Rightarrow \neg(\forall x. \neg P \wedge \neg(S \vee R))$$

### ESERCIZIO 4

Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

“Il numero degli elementi pari dell'array **b** è maggiore del numero degli elementi dispari dell'array **a** solo se il minimo dell'array **a** è pari.”

### ESERCIZIO 5

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

$$\begin{aligned} & \{h \in (0, n) \wedge (\forall i. i \in [0, h) \Rightarrow a[i] = (\sum y : y \in [0, i]. b[y]))\} \\ & \quad a[h] := b[h] + a[h-1]; \\ & \quad h := h + 1 \\ & \{(\forall i. i \in [0, h) \Rightarrow a[i] = (\sum y : y \in [0, i]. b[y]))\} \end{aligned}$$

### ESERCIZIO 6

Si consideri il seguente programma annotato (assumendo **a, c: array [0, m) of int**):

```
{ m > 0 }
y := 0; h := 0;
{Inv : y ∈ [0, m] ∧ h = #{i : i ∈ [0, y) | a[i] = c[i]}} {t: m - y}
while (y < m) do
  if (a[y] = c[y])
    then h := h + 1
  else skip fi;
  y := y + 1
endw
{h = #{i : i ∈ [0, m) | a[i] = c[i]}}
```

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.