

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2014-2015

Recupero Primo Compitino - 16/01/2015

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Dire se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va mostrato un controesempio con relativa giustificazione.

1. $\neg((P \Rightarrow Q \wedge R) \Rightarrow (Q \vee S) \wedge Z) \Rightarrow (Z \Rightarrow \neg P)$
2. $\neg(R \Rightarrow P \wedge Q) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow Q) \Rightarrow R \wedge Q)$
3. $(Q \Rightarrow R \vee S) \wedge (R \Rightarrow S \wedge P) \Rightarrow (Q \wedge \neg P \Rightarrow S)$

ESERCIZIO 2

Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di predicato $\{\text{amico}(-, -)\}$, rispetto all'interpretazione fissata (\mathcal{P}, α) , dove \mathcal{P} è l'insieme delle persone e $\alpha(\text{amico})(x, y)$ è vera se e solo se x è amico di y :

“Se una persona p ha almeno un amico, allora gli amici degli amici di p sono amici di p .”

ESERCIZIO 3

Si formalizzi il seguente enunciato (chiamato *la congettura debole di Goldbach*) utilizzando l'interpretazione standard sui naturali, e indicando esplicitamente le costanti, i simboli di predicato e quelli di funzione utilizzati.

“Ogni numero dispari strettamente maggiore di 5 può essere scritto come somma di tre numeri primi

ESERCIZIO 4

Si calcoli, motivando la risposta, il valore di verità della formula

$$\Phi = (\forall x . (\exists y . P(x, y) \wedge (Q(y) \Rightarrow Q(x))))$$

nell'interpretazione $I = (D, \alpha)$, dove $D = \{*, \#, o\}$ ed α è definita come segue

$$\alpha(Q)(z) = \begin{cases} T & \text{se } z \in \{\#\} \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad \alpha(P)(z, v) = \begin{cases} T & \text{se } (z, v) \in \{(*, \#), (*, o), (\#, \#), (o, *)\} \\ F & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si calcoli cioè $I_{\rho_0}(\Phi)$ usando le regole della semantica del primo ordine, dove ρ_0 è un assegnamento arbitrario.