

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2013-2014

SECONDO COMPITINO - 19/12/2013

Attenzione: Scrivere nome, cognome, matricola e corso in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Si provi che la seguente formula è valida (P , Q e R contengono la variabile libera x):

$$(\forall x . P) \wedge ((\forall x . Q \vee R \Rightarrow \neg P) \vee (\exists x . \neg P)) \Rightarrow \neg(\exists x . Q)$$

ESERCIZIO 2

Assumendo \mathbf{a} : **array** $[0, n)$ **of nat** con $n > 0$ si formalizzi il seguente enunciato:

“Nell’array \mathbf{a} ci sono esattamente due numeri pari, e la loro somma è uguale alla somma di tutti gli altri elementi!”

Per esempio, dei seguenti array il primo soddisfa la proprietà, mentre gli altri due no:

3	10	5	11	12	3
---	----	---	----	----	---

10	9	5	3	1	6
----	---	---	---	---	---

2	9	8	5	4
---	---	---	---	---

ESERCIZIO 3

Dire se la seguente tripla è verificata, motivando formalmente la risposta.

[Si ricorda che $a \text{ div } b$ è il risultato della divisione intera di a per b .]

$$\{ y > 0 \wedge x \geq 0 \wedge z \in [0, y) \} z := z \text{ div } y; y := y * x \{ z \leq y \}$$

ESERCIZIO 4

Si consideri il seguente programma annotato, dove \mathbf{a} : **array** $[0, n)$ **of int**:

```
{z = A ∧ count = 0 ∧ x = 0}
{Inv : x ∈ [0, n) ∧ z = A ∧ count = #{y : y ∈ [0, x) | a[y] > A}}{t: n - x}
while (x < n) do
  if a[x] > z
    then count := count + 1
    else skip
  fi;
  x := x + 1
endw
{count = #{y : y ∈ [0, n) | a[y] > A}}
```

Scrivere e dimostrare l’ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 5

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo \mathbf{a} , \mathbf{b} : **array** $[0, n)$ **of int**):

$$\{z \in [1, n) \wedge (\forall i . i \in [0, z) \Rightarrow a[i] = (\sum y : y \in [0, i) . b[y]))\}$$
$$a[z] := a[z - 1] + b[z]$$
$$\{(\forall i . i \in [0, z) \Rightarrow a[i] = (\sum y : y \in [0, i) . b[y]))\}$$