LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2012-2013
10 luglio 2013 – QUARTO APPELLO

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Si provi che la seguente proposizione è una tautologia:

$$P \wedge \neg Q \quad \Rightarrow \quad \big(P \wedge \neg R\big) \vee \neg\big(R \vee S \Rightarrow Q\big)$$

ESERCIZIO 2
Si provi che la seguente formula è valida (P, Q e R contengono la variabile libera x):

$$\Big(\big(\forall x\,.\,\neg P\big) \vee \big(\forall x\,.\,Q\big)\Big) \wedge \neg\Big(\exists x\,.\,\neg\big(P \wedge \neg Q\big) \wedge \neg R\Big) \quad \Rightarrow \quad \big(\forall x\,.\,R \vee \neg P\big)$$

ESERCIZIO 3
Utilizzando il calcolo del primo ordine si formalizzi il seguente enunciato dichiarativo, indicando esplicitamente l'interpretazione intesa:

"Due persone sono "cognati" se una delle due è sposata con un fratello o con una sorella dell'altra"

ESERCIZIO 4
Assumendo **a: array [0, n) of nat** e **b: array [0, k) of nat**, si formalizzi il seguente enunciato:

"L'array **b** contiene solo elementi dell'array **a** che sono maggiori di tutti gli elementi che li precedono in **a**."

ESERCIZIO 5
Si verifichi la seguente tripla di Hoare:

$$\begin{array}{l}\big\{z > 0 \ \wedge\ y \in [0, z) \ \wedge\ x = y * y \ \wedge\ s = (\Sigma i\colon i \in [0, y)\,.\,i)\big\} \\ \quad x,\ y := x + 2 * y + 1,\ y + 1; \quad s := s + y - 1 \\ \big\{y \in [0, z] \ \wedge\ x = y * y \ \wedge\ s = (\Sigma i\colon i \in [0, y)\,.\,i)\big\}\end{array}$$

ESERCIZIO 6
Si consideri il seguente programma annotato per il calcolo del minimo comune multiplo (mcm) di due numeri (nota: "$x\ max\ y$" denota il massimo tra x e y):

$$\begin{array}{l}\{a > 0 \ \wedge\ b > 0\} \\ \quad x, y := a, b; \\ \{\mathsf{Inv}: \ a > 0 \ \wedge\ b > 0 \ \wedge\ mcm(a, b) \geq x\ max\ y \ \wedge\ x \,\%\, a = 0 \ \wedge\ y \,\%\, b = 0\}\{\mathsf{t}\colon\ 2 * a * b - (x + y)\} \\ \quad \textbf{while}\ x \neq y\ \textbf{do} \\ \qquad \textbf{if} \quad x < y \quad \textbf{then} \quad x := x + a \quad \textbf{else} \quad y := y + b \quad \textbf{fi} \\ \quad \textbf{endw} \\ \{x = mcm(a, b)\}\end{array}$$

1. Scrivere le ipotesi di invarianza, di progresso e di terminazione.
2. Dimostrare le ipotesi di progresso e di terminazione.
3. **[Facoltativo]** Dimostrare l'ipotesi di invarianza.