

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2012-2013

19 giugno 2013 – TERZO APPELLO

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Si provi che la seguente proposizione è una tautologia:

$$\neg((P \Rightarrow Q \vee R) \Rightarrow \neg(Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

ESERCIZIO 2

Si provi che la seguente formula è valida (P , Q e R contengono la variabile libera x):

$$(\exists x. R \Rightarrow Q) \wedge (\forall x. \neg(P \wedge Q)) \Rightarrow (\exists x. Q \vee R \Rightarrow \neg P)$$

ESERCIZIO 3

Utilizzando il calcolo del primo ordine si formalizzi il seguente enunciato dichiarativo, indicando esplicitamente l'interpretazione intesa:

“Se un calciatore gioca in due squadre diverse, allora una è la Nazionale”

ESERCIZIO 4

Assumendo **a**: **array** [0, n) **of nat** e **b**: **array** [0, k) **of nat**, si formalizzi il seguente enunciato:

“L'array **b** contiene il doppio di ogni elemento dell'array **a**,
ma contiene anche almeno un numero dispari minore del minimo di **a**.”

ESERCIZIO 5

Si consideri il seguente programma annotato per il calcolo del massimo comun divisore di due numeri:

```
{a > 0 ∧ b > 0}
  x, y := a, b;
{Inv : x > 0 ∧ y > 0 ∧ mcd(x, y) = mcd(a, b)}{t: x + y}
  while x ≠ y do
    if x > y then x := x - y else y := y - x fi
  endw
{x = mcd(a, b)}
```

1. Scrivere le ipotesi di invarianza, di progresso e di terminazione.
2. Dimostrare l'ipotesi di progresso.

ESERCIZIO 6

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo che **a** : **array** [0, n) **of int**):

```
{x ∈ dom(a) ∧ (∀i. i ∈ [0, x) ⇒ a[i] % 2 = 0) ∧ s = (Σk : k ∈ [0, x). a[k])}
  if a[x] mod 2 = 1 then a[x] := 2 * a[x] else skip fi;
  s, x := s + a[x], x + 1
{(∀i. i ∈ [0, x) ⇒ a[i] % 2 = 0) ∧ s = (Σk : k ∈ [0, x). a[k])}
```