

## AUTOMI: dall'analisi di un esempio alla loro formalizzazione



Fondamenti di Programmazione: AUTOMI E LINGUAGGI FORMALI  
Corso di Laurea in MATEMATICA  
a.a. 2023/2024

## PROBLEMA 1

Un robot lancia in aria una moneta. I primi due tiri su tre danno lo stesso risultato (**T**esta, **T**esta o **C**roce, **C**roce).

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$

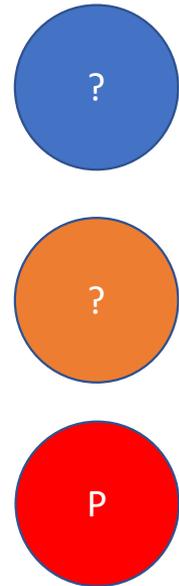
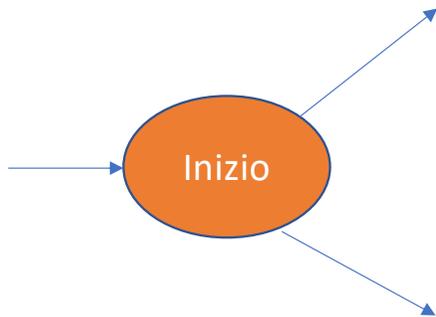
Stringhe  $w$  composte da elementi in  $\{T,C\}$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

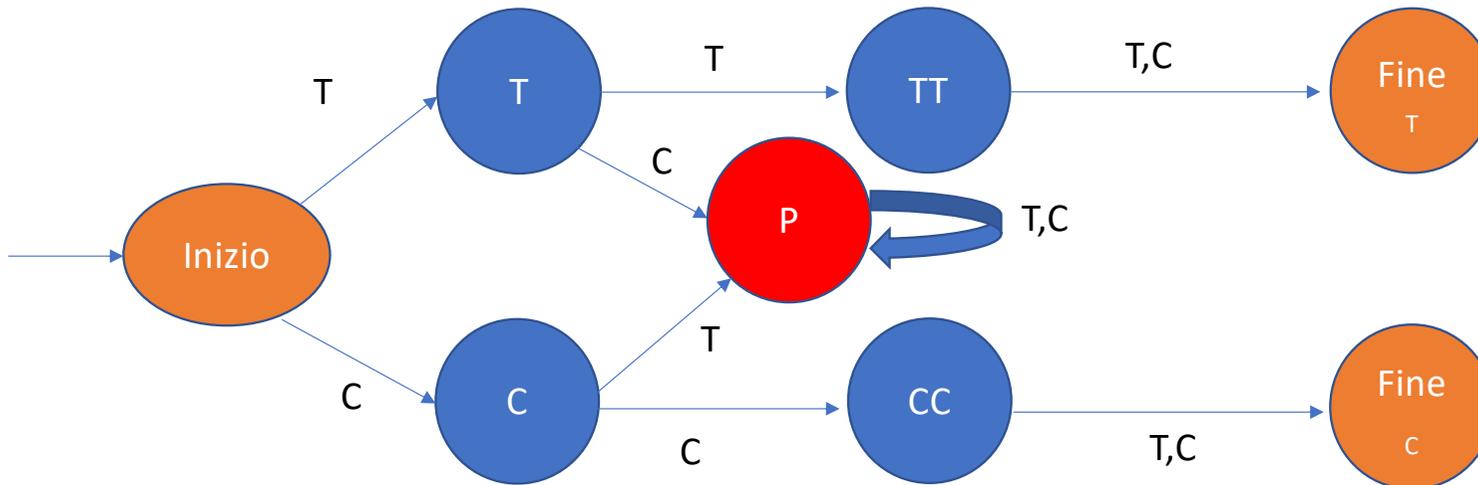
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

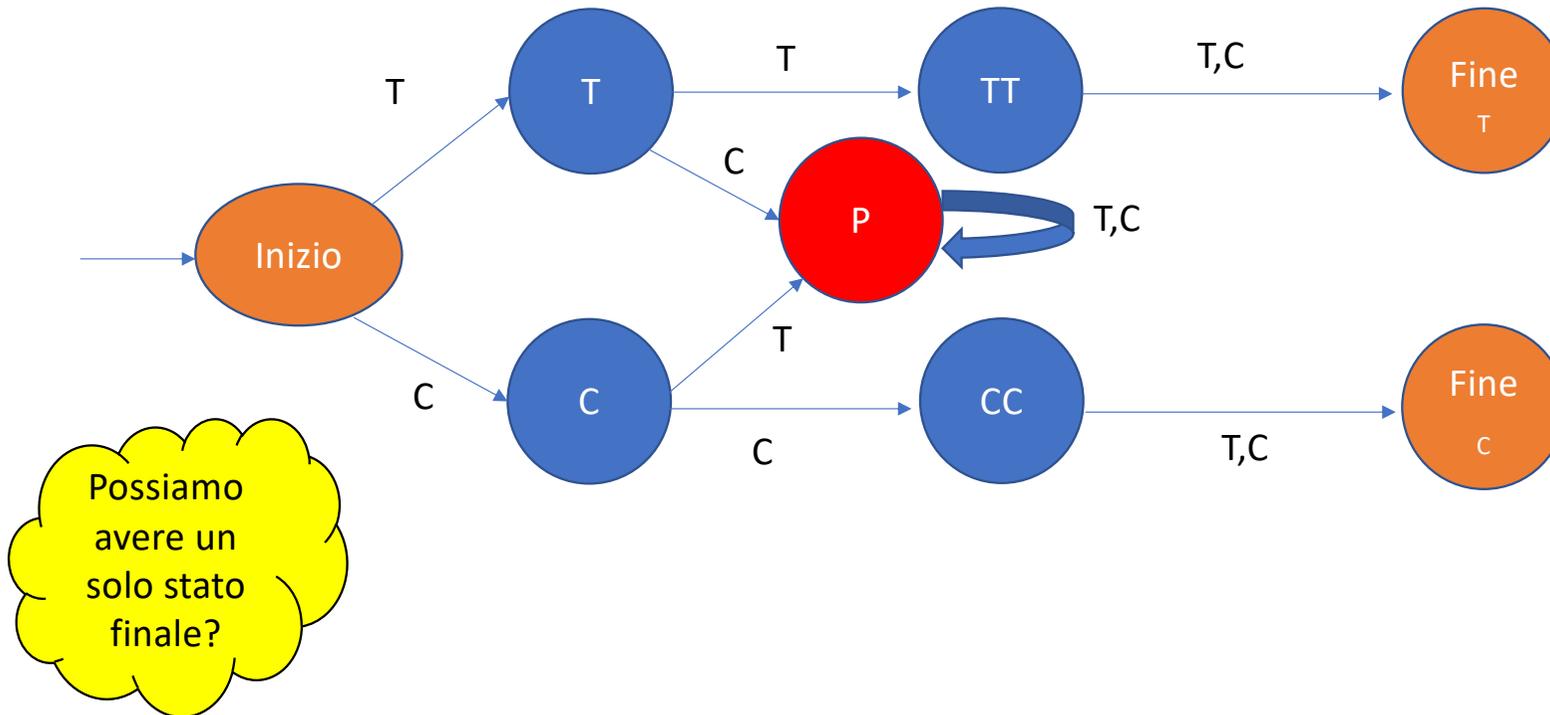
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

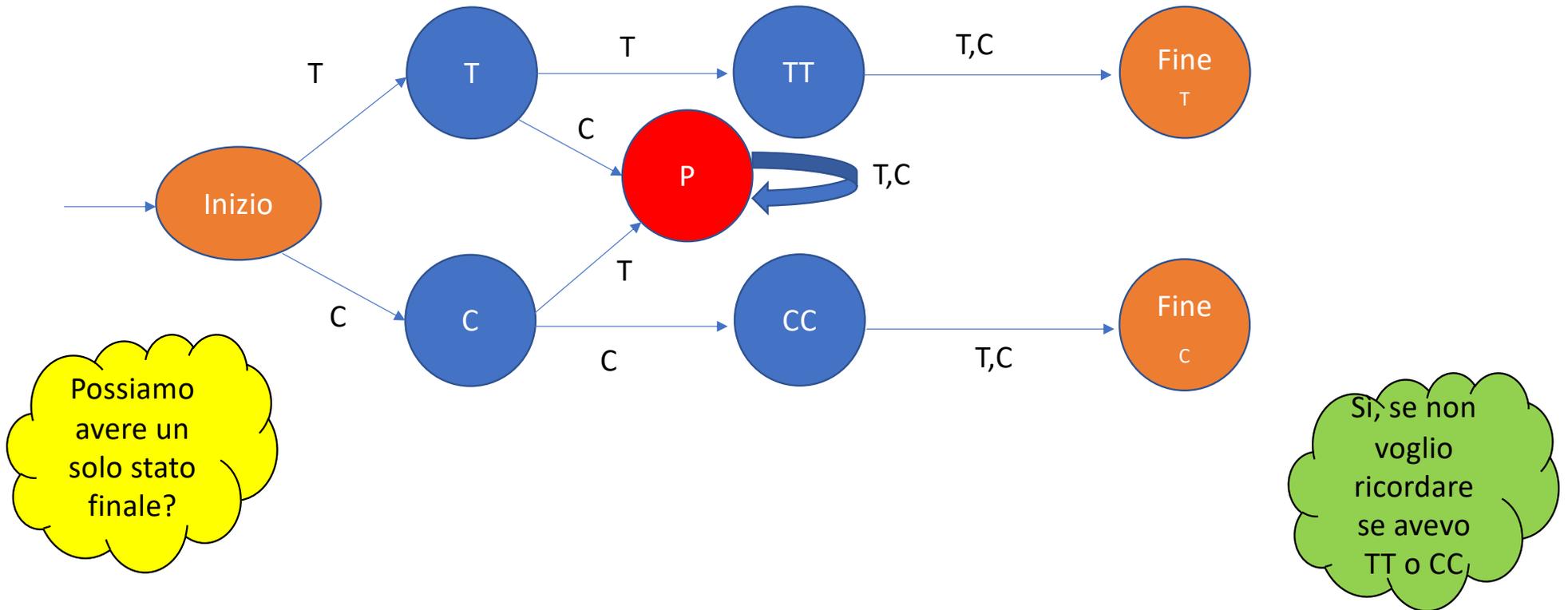
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

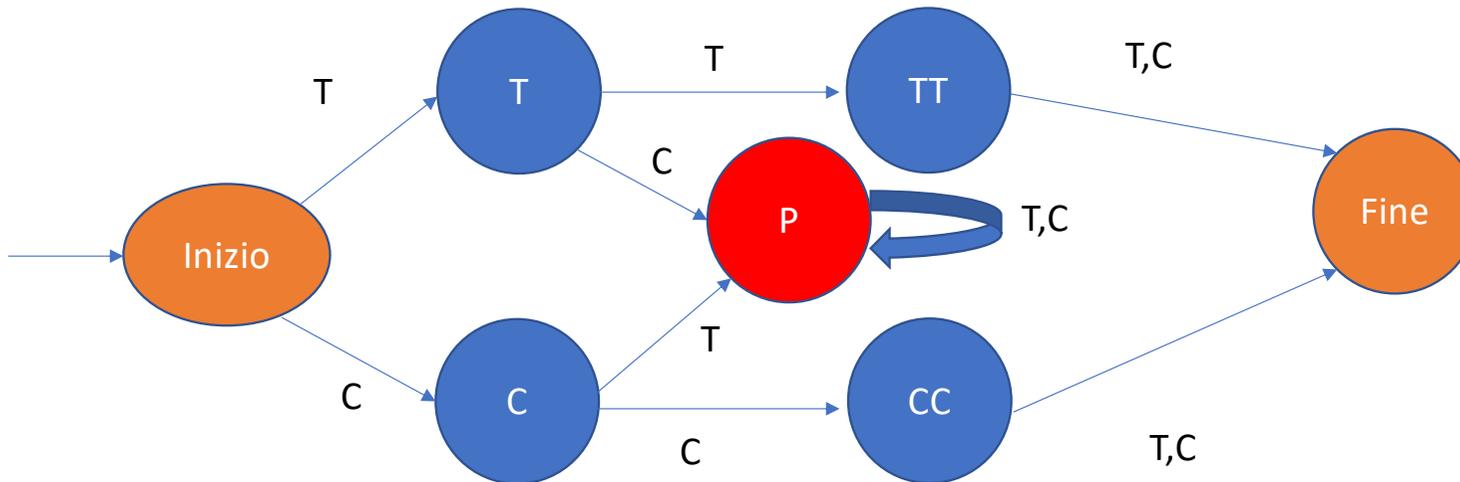
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

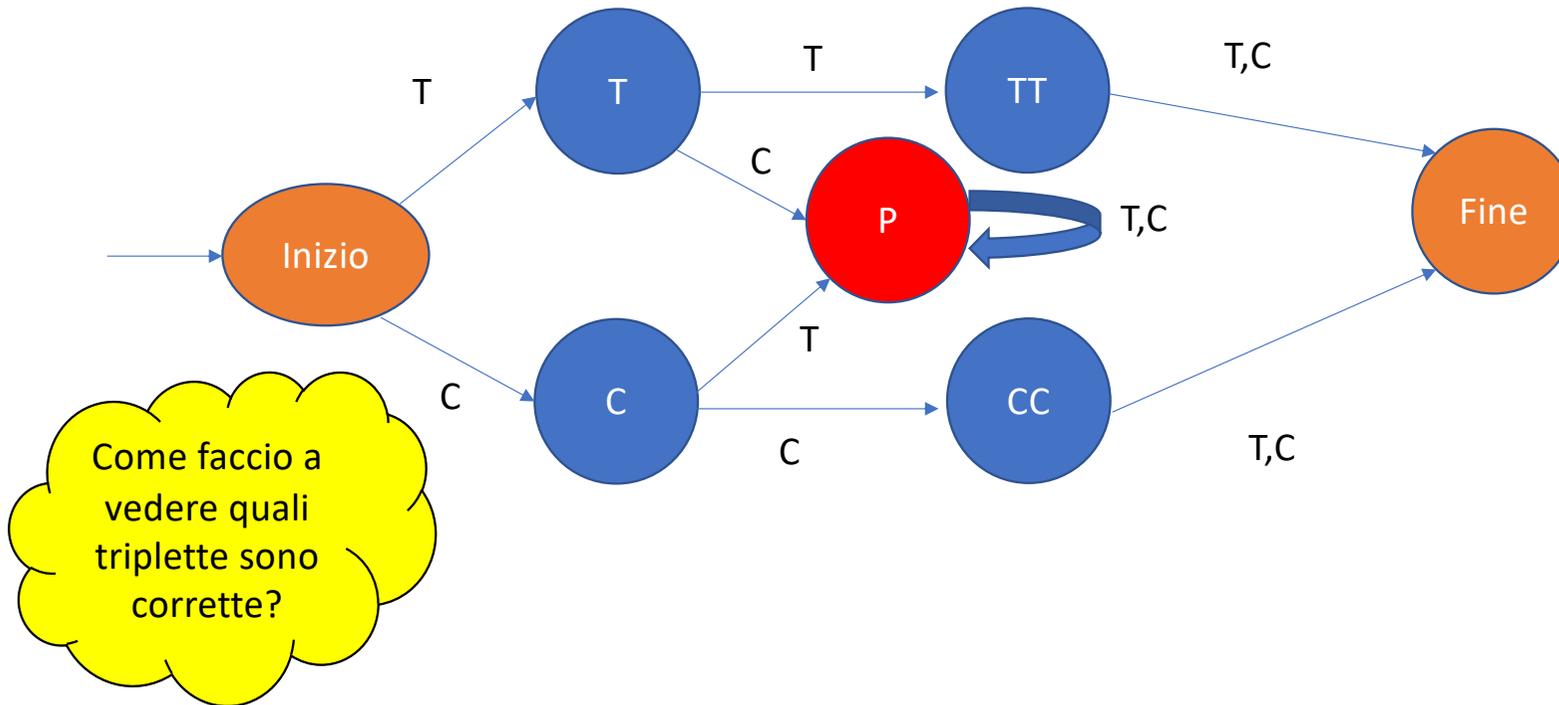
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

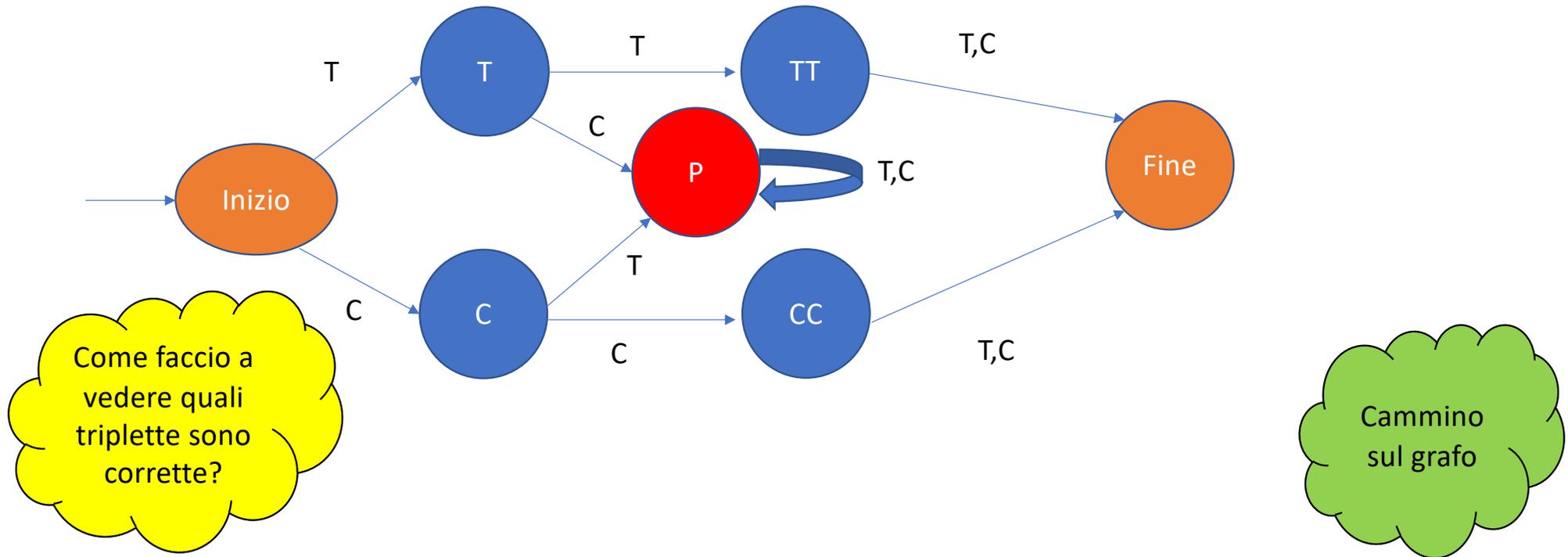
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

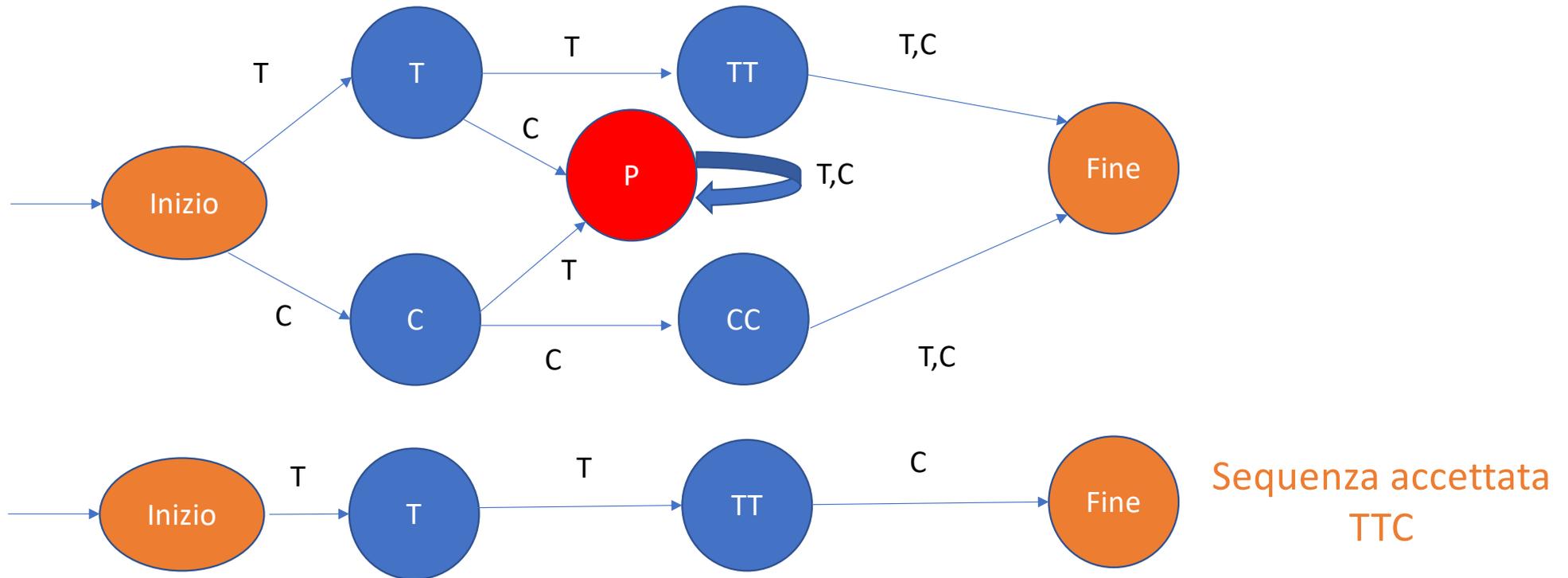
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

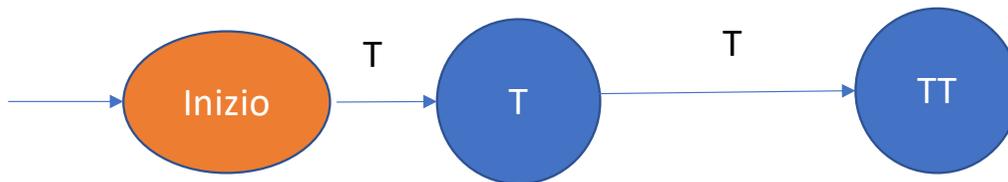
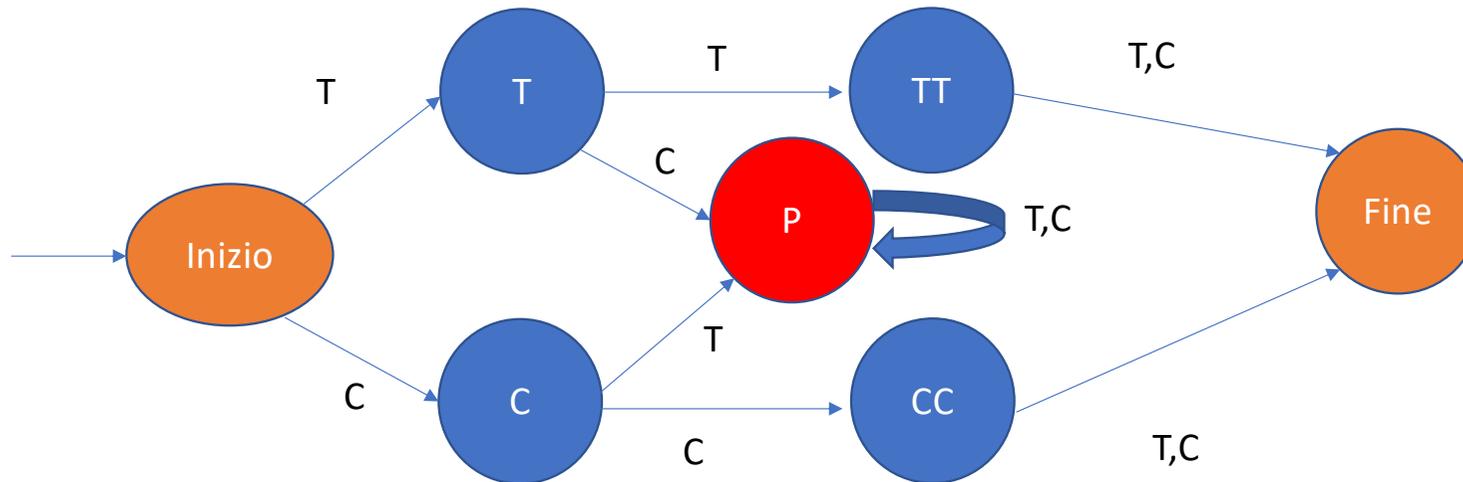
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$

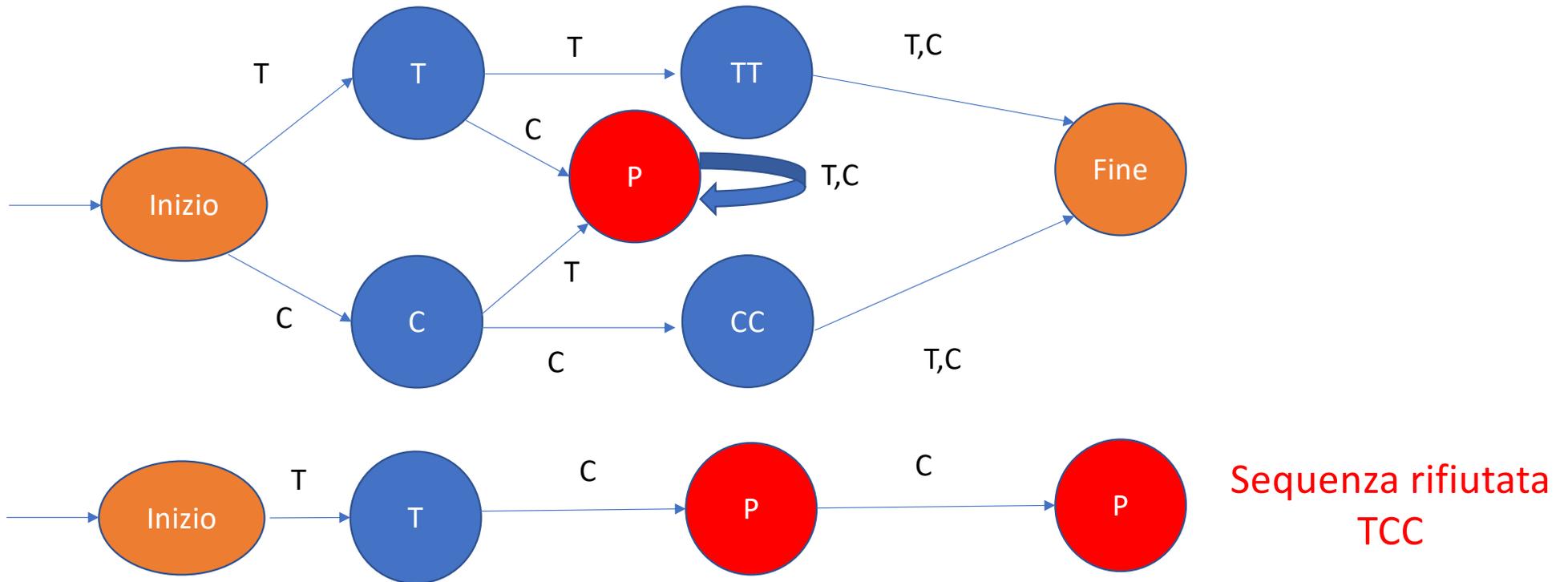


Sequenza non accettata  
TT

## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

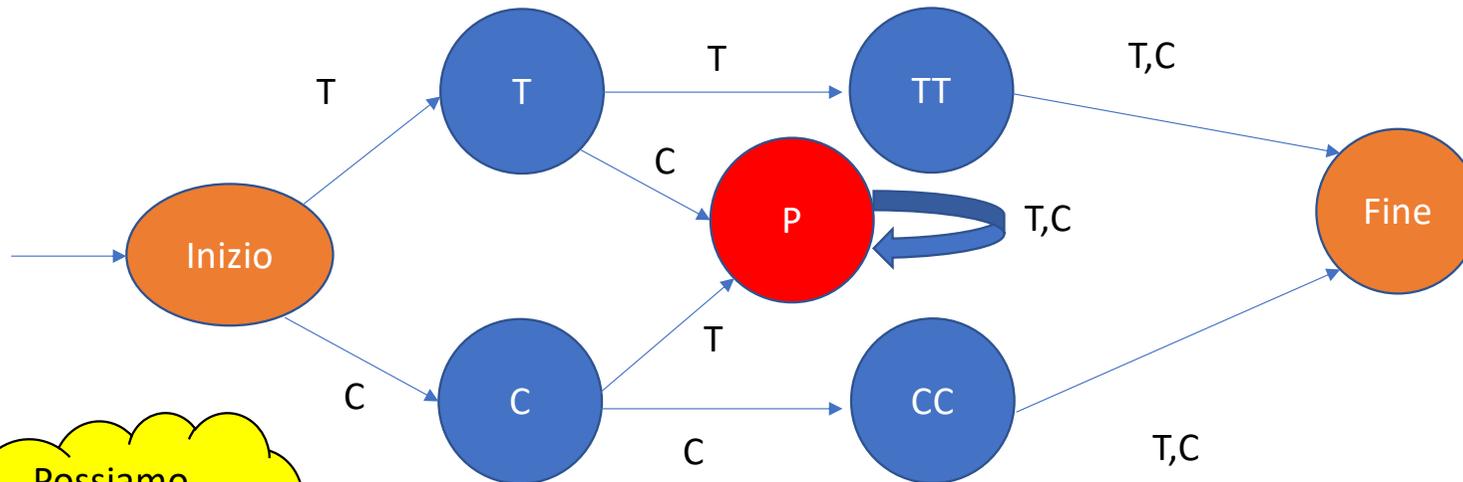
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$

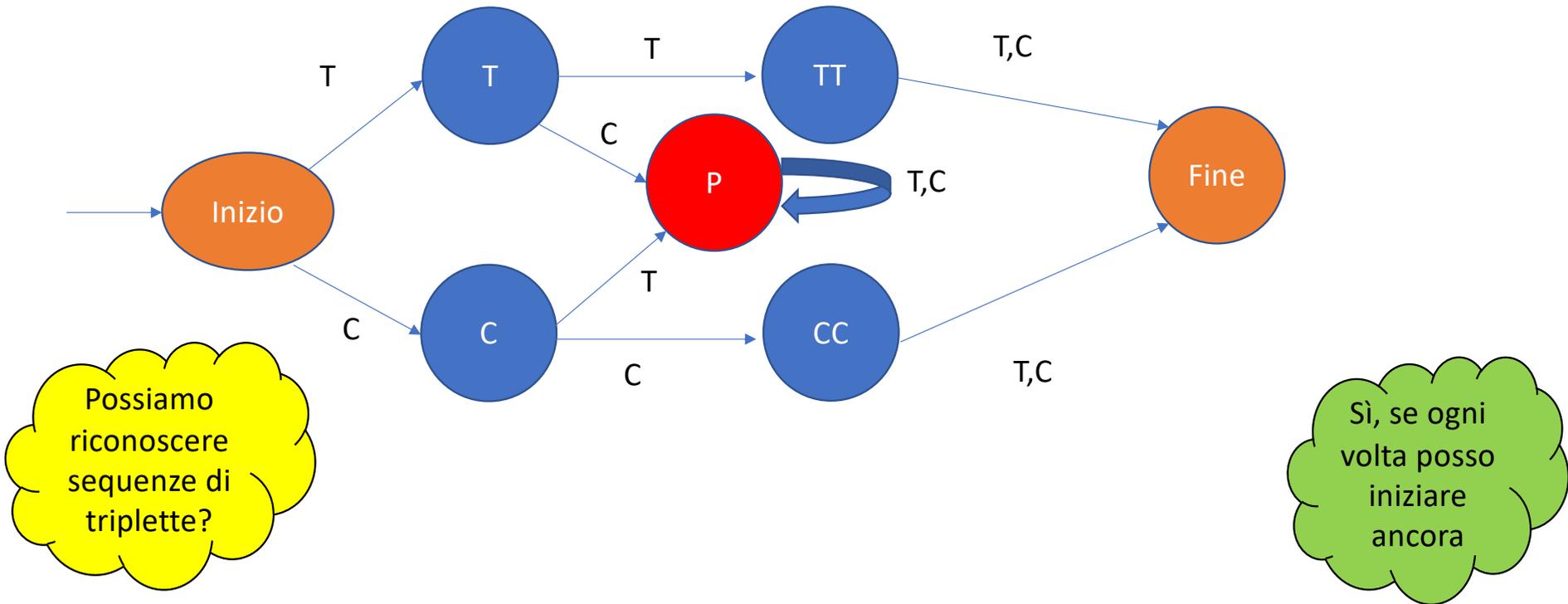


Possiamo riconoscere sequenze di triplette?

## PROBLEMA 1

Trovare l'automa A che riconosce se una singola tripletta  $w$  è corretta rispetto alle regola:

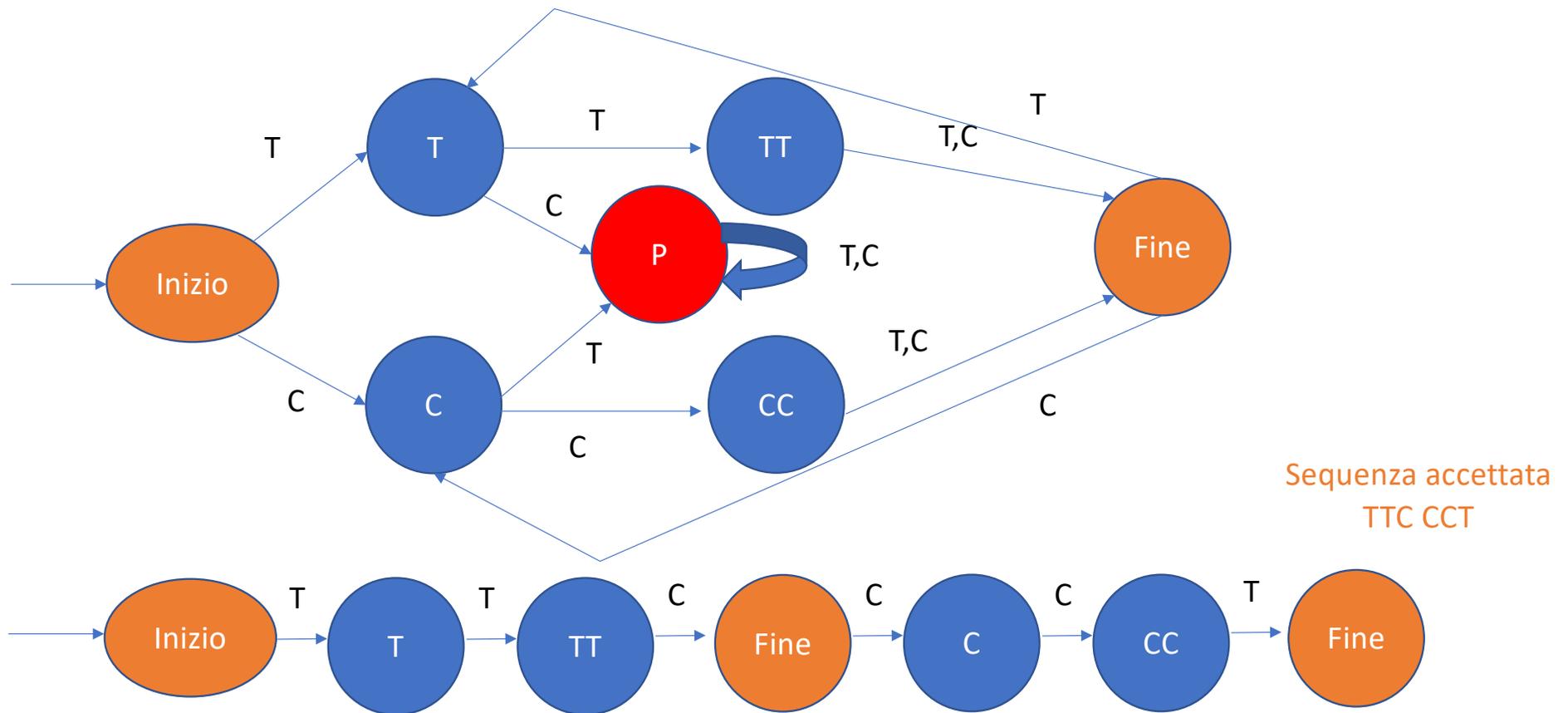
$$L = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

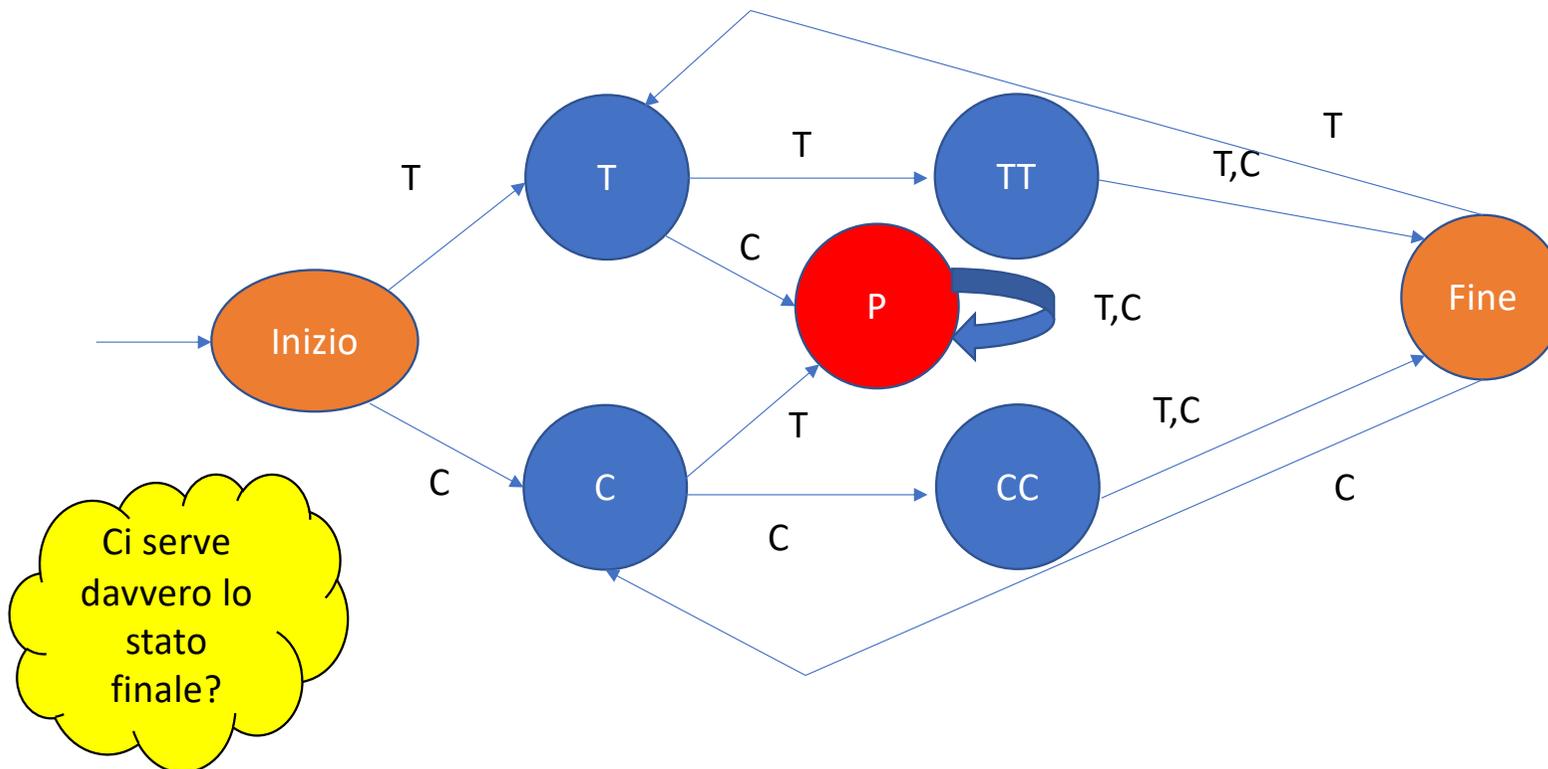
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1...w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

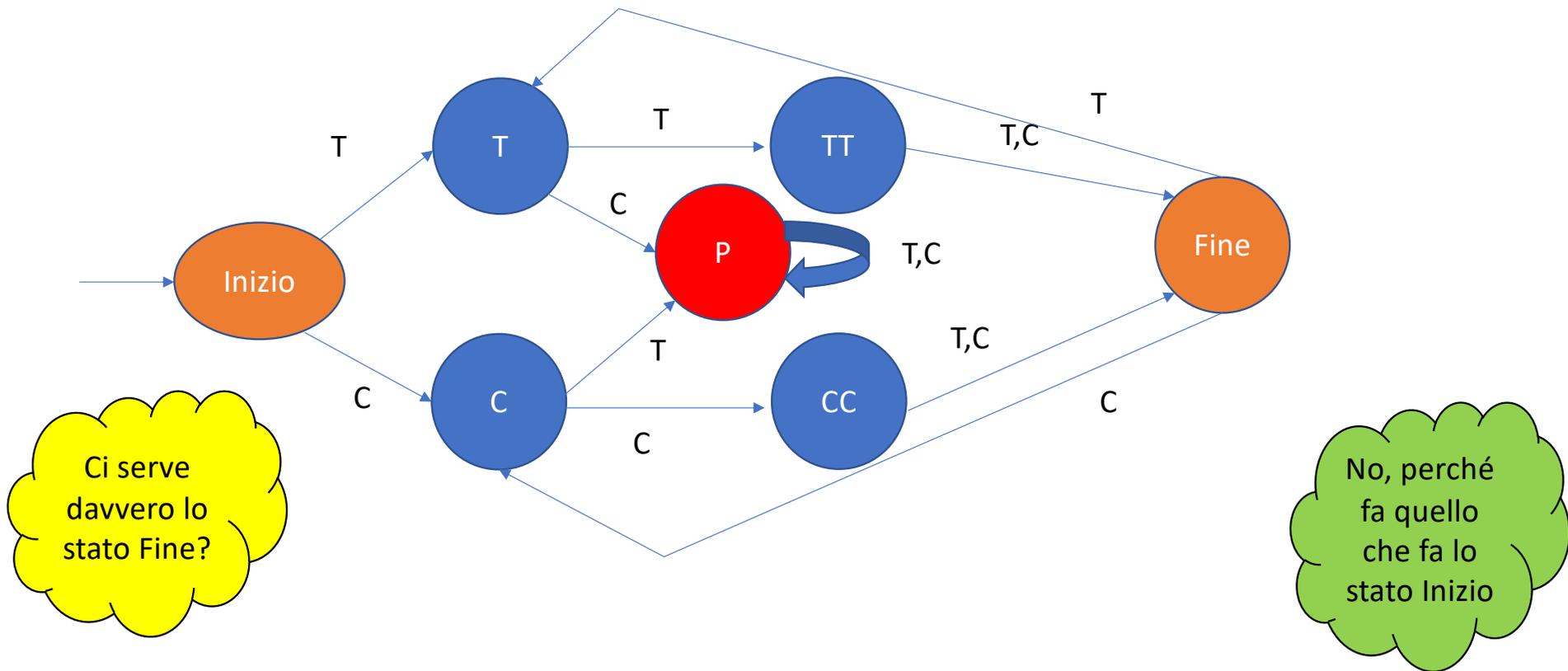
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

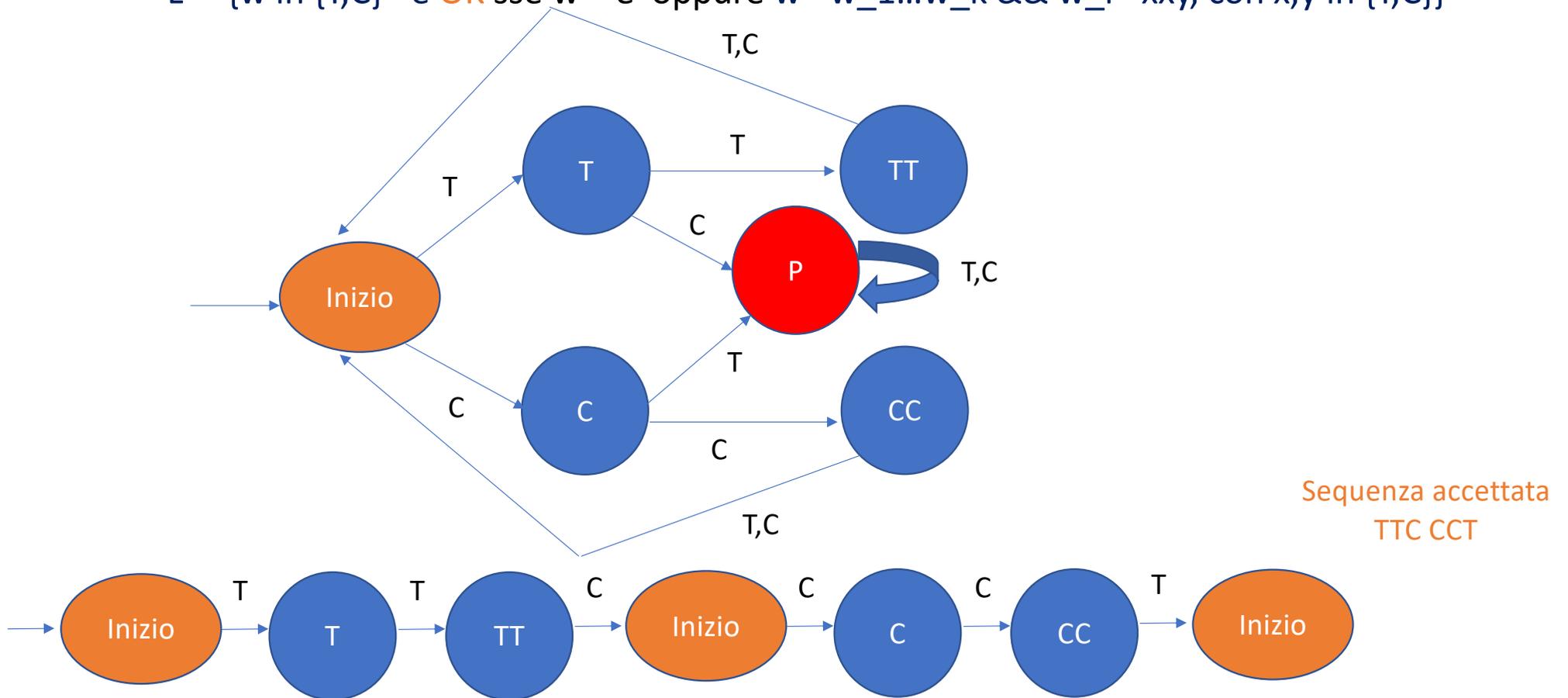
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

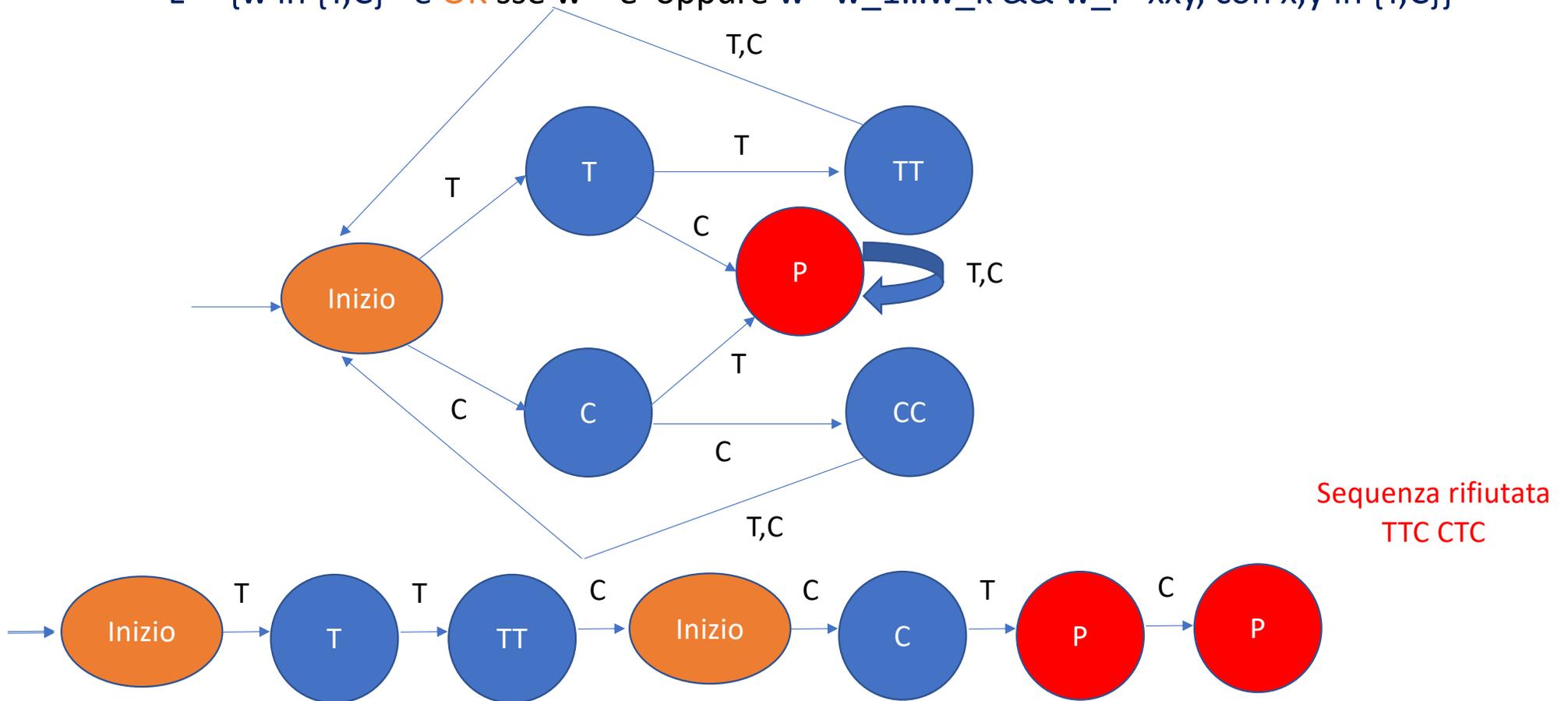
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

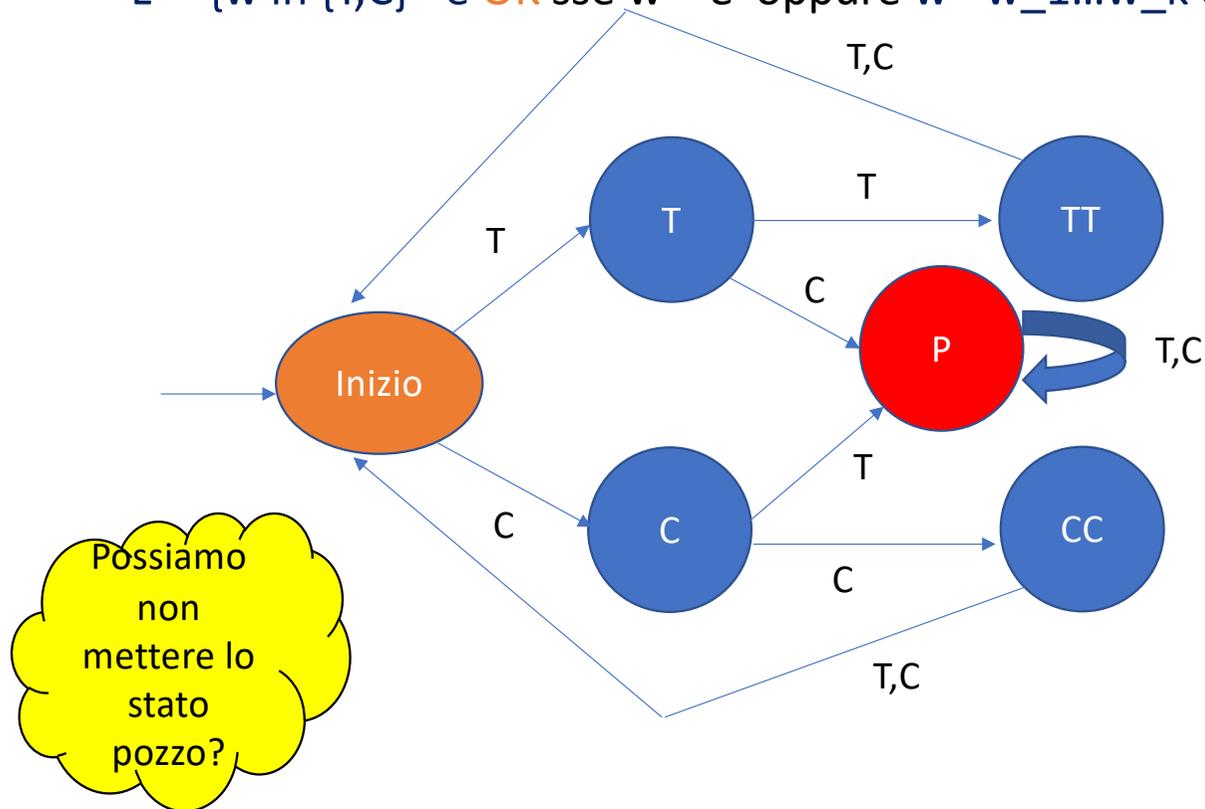
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

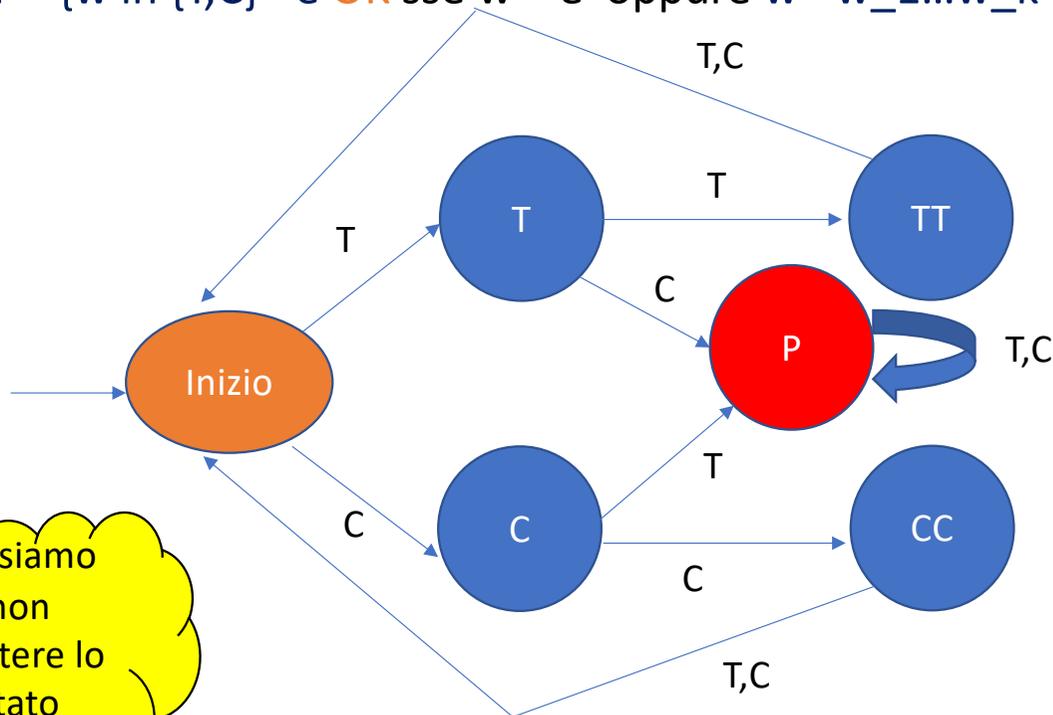
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



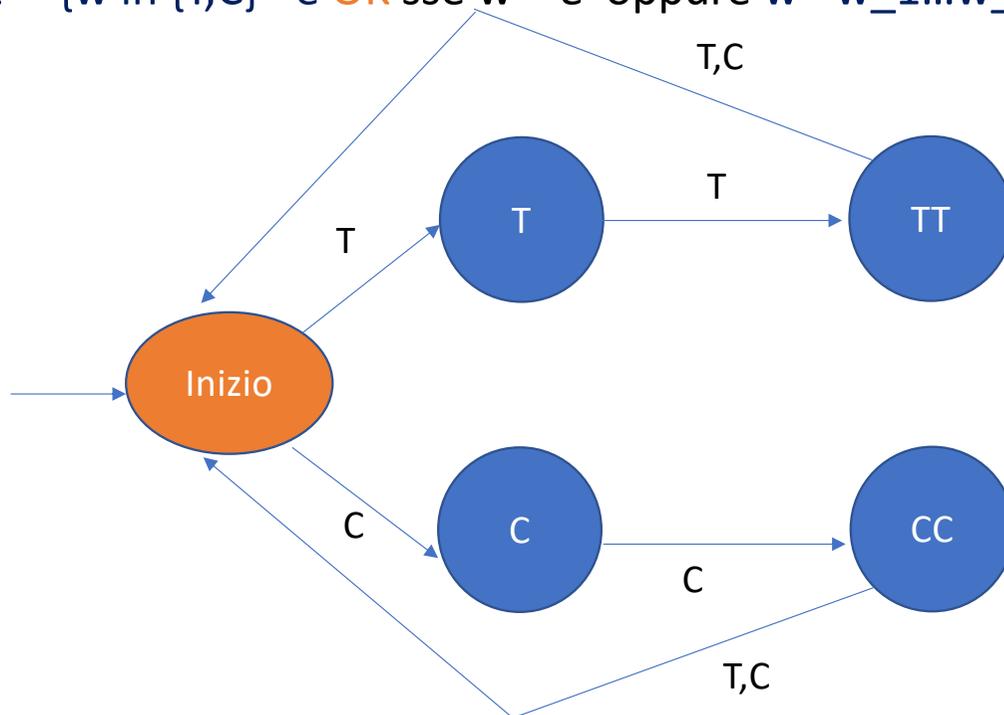
Possiamo non mettere lo stato pozzo?

Sì, possiamo considerarlo implicitamente

## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette  $w$  abbia tutte le triplette in regola:

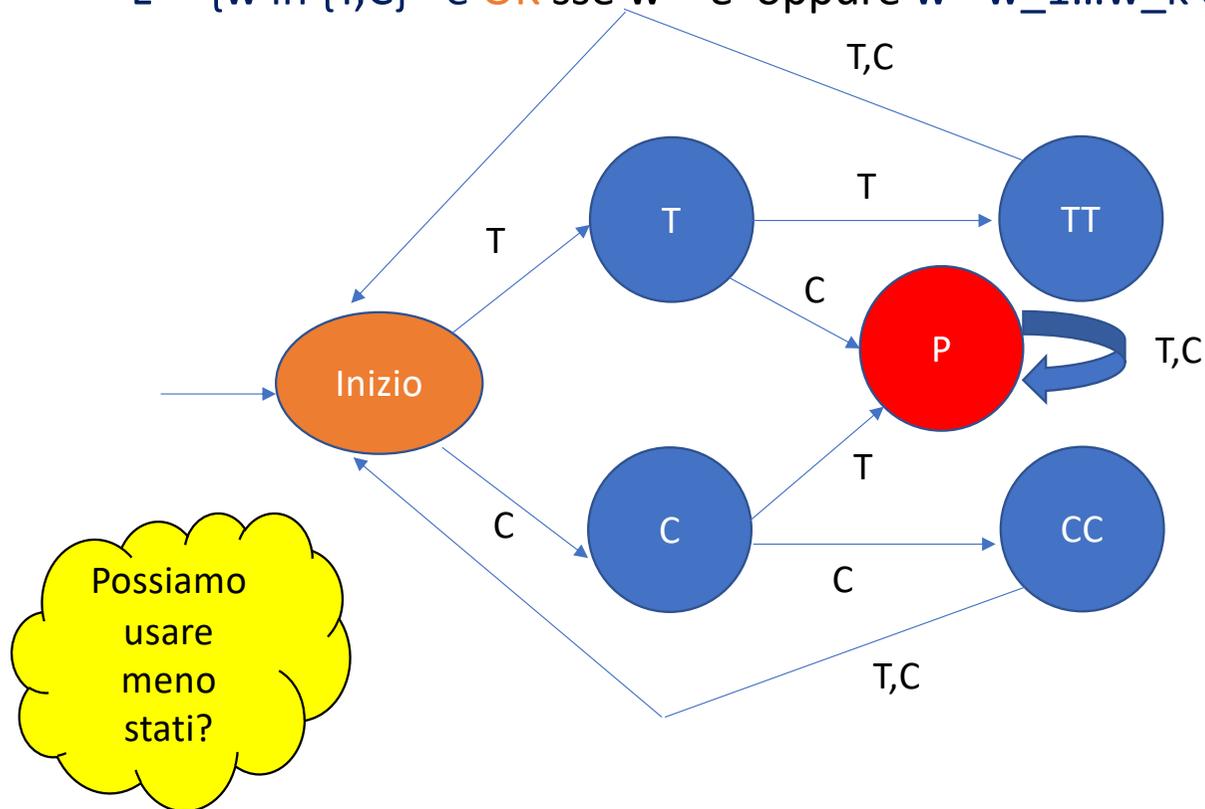
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

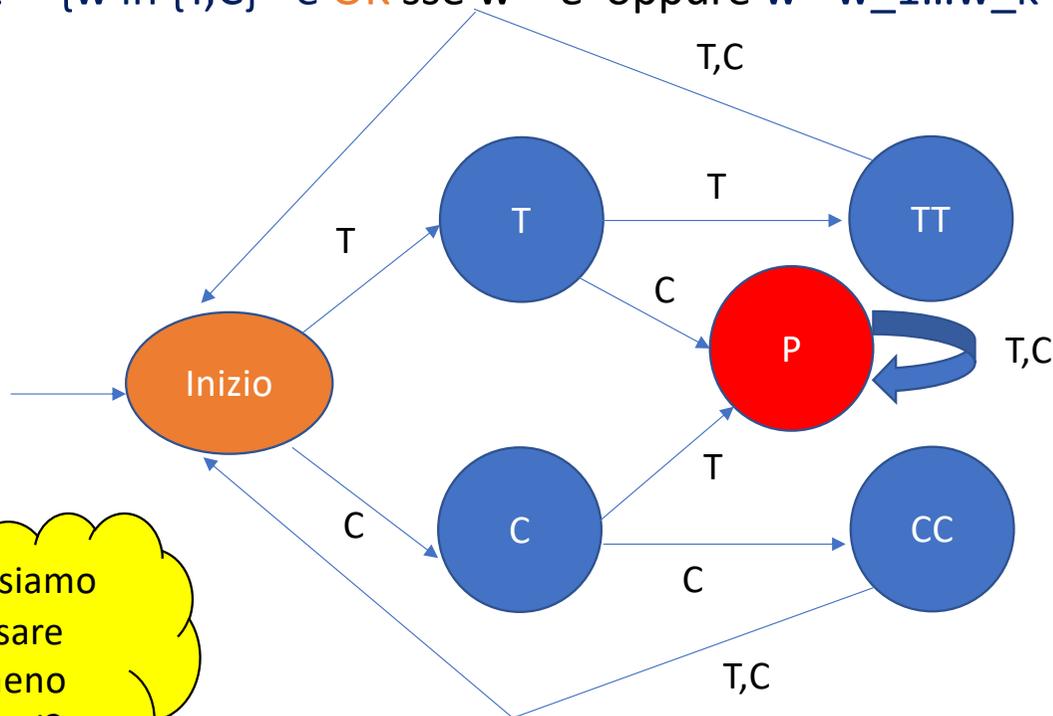
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



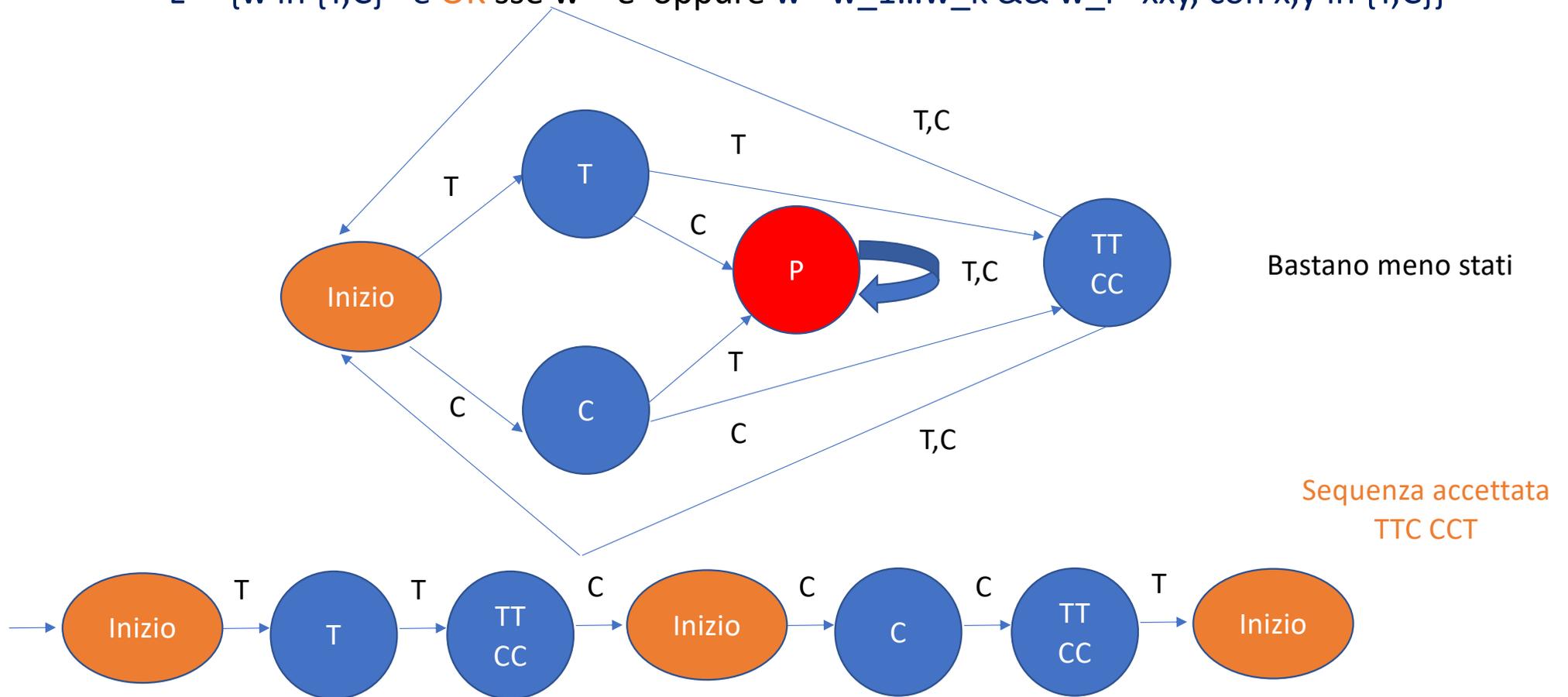
Possiamo usare meno stati?

Sì, gli stati TT e CC possono collassare in uno stato solo

## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

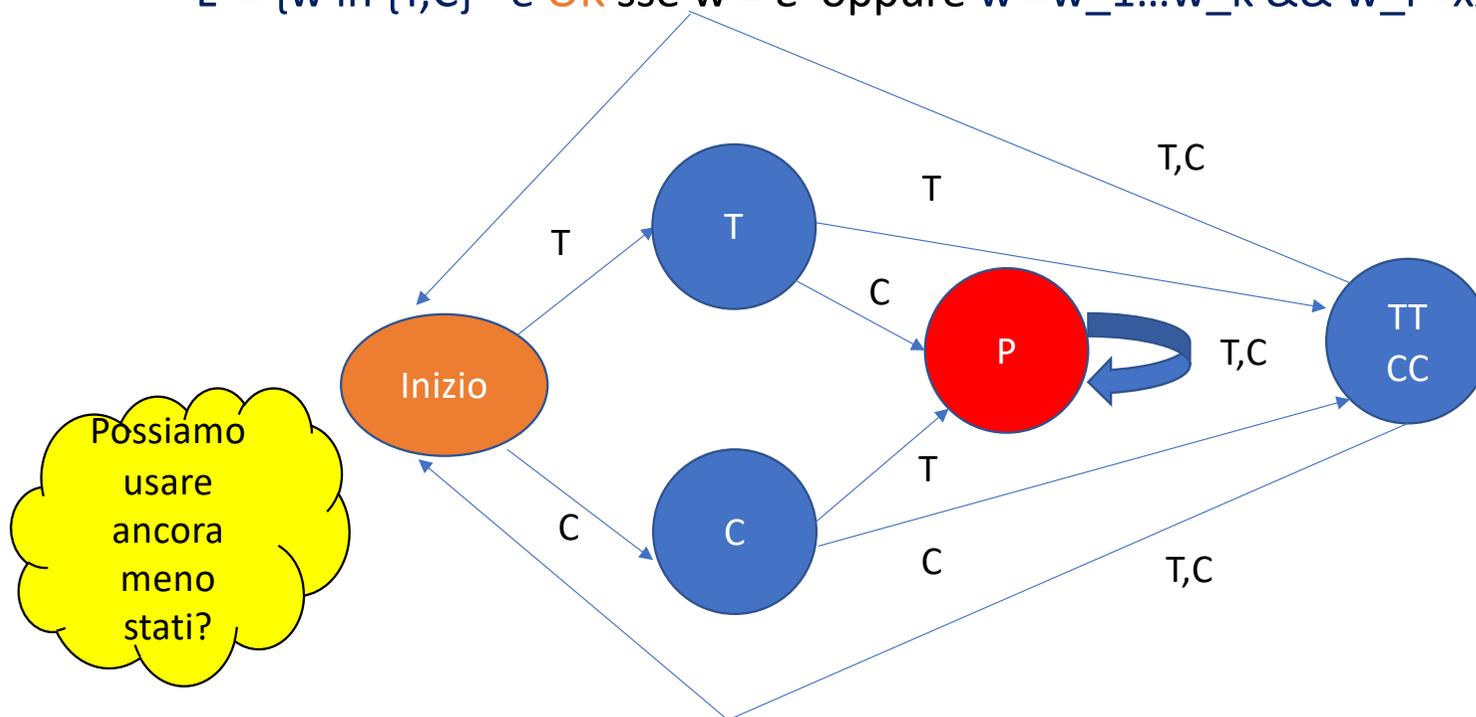
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1...w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

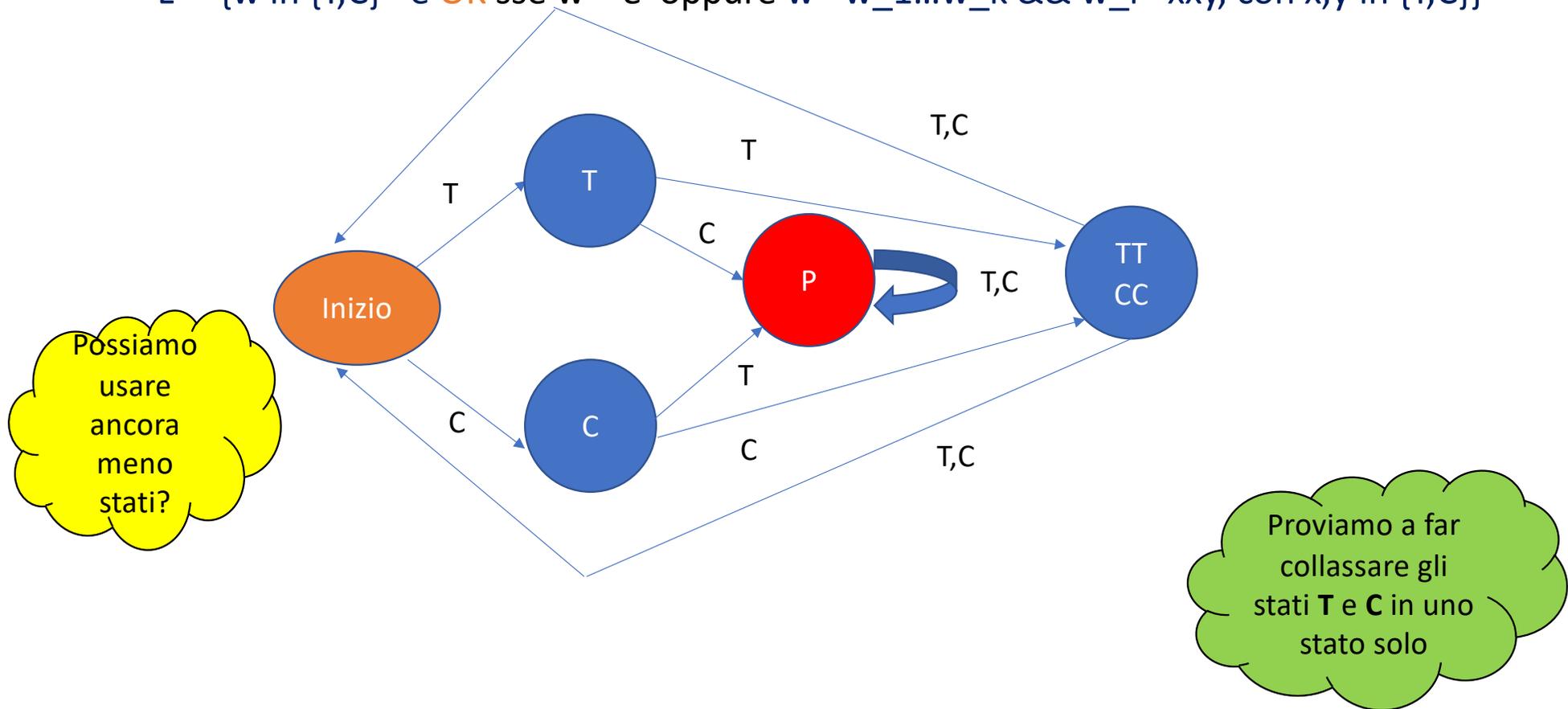
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

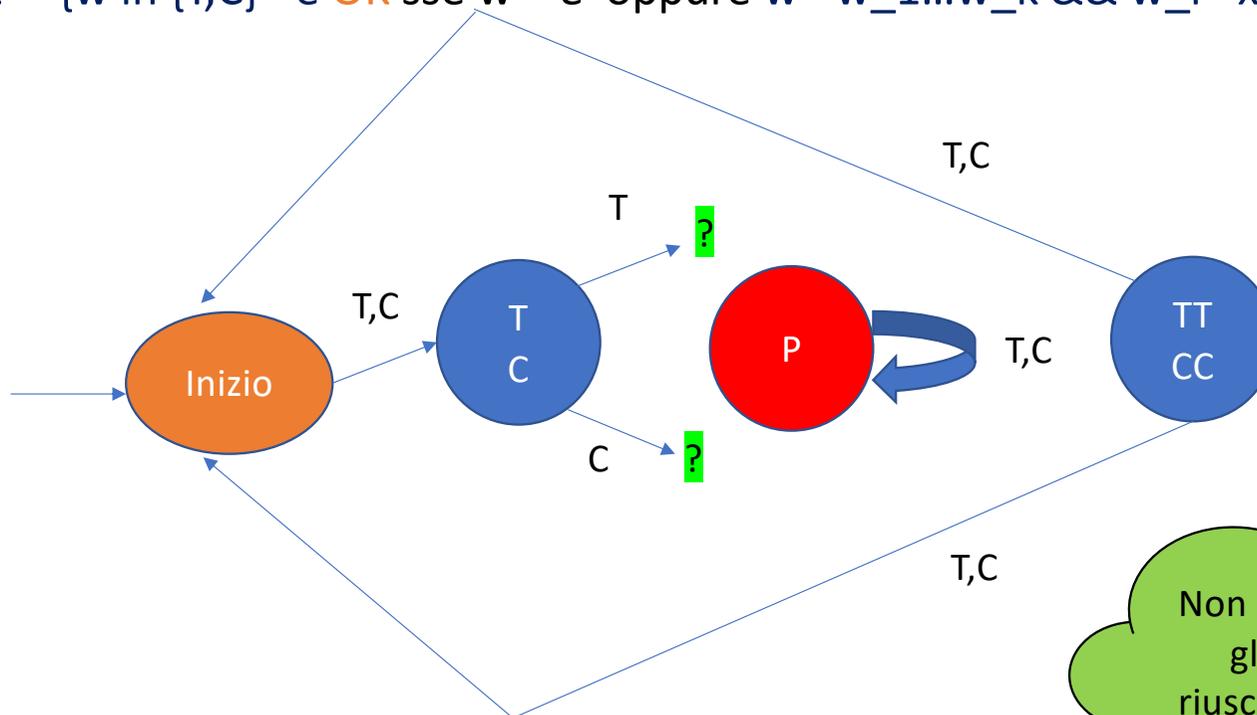
$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



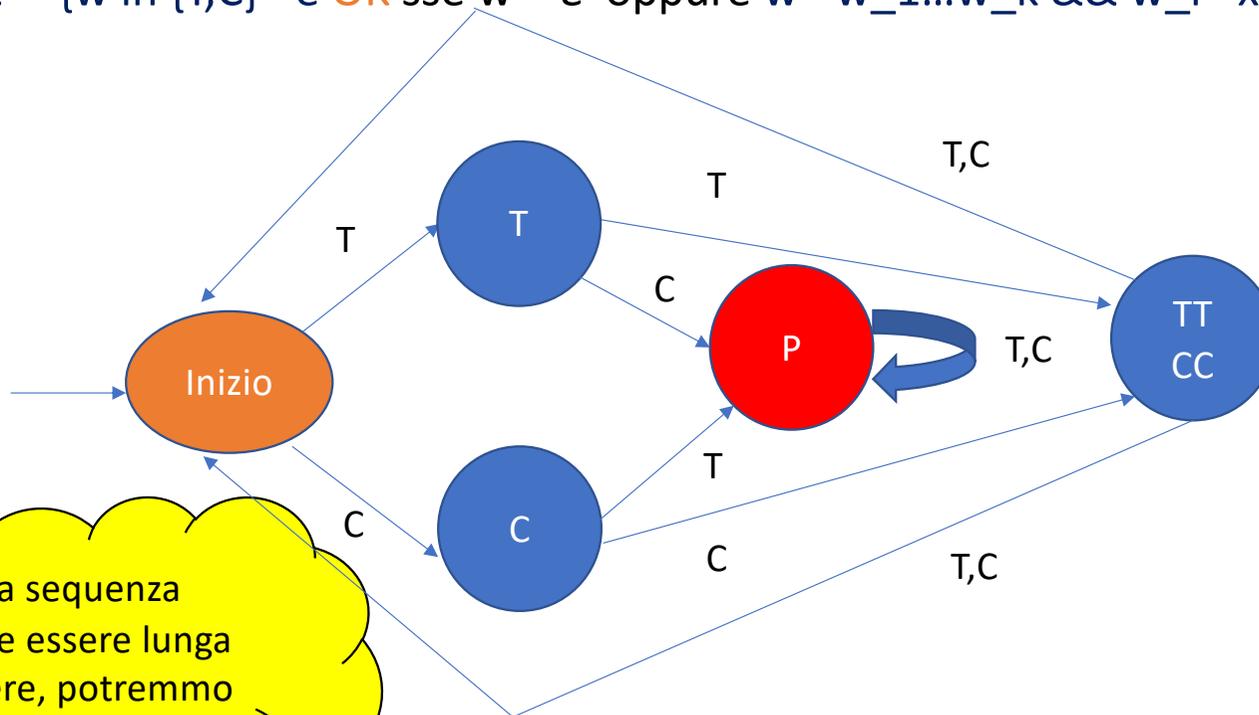
- Se entra T e dopo C? Dovrei andare nello stato P
- Se entra C e dopo C? Dovrei andare nello stato TT/CC

Non posso far collassare gli stati T e C. Non riuscirei a distinguere se ho letto T oppure C

## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \epsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$

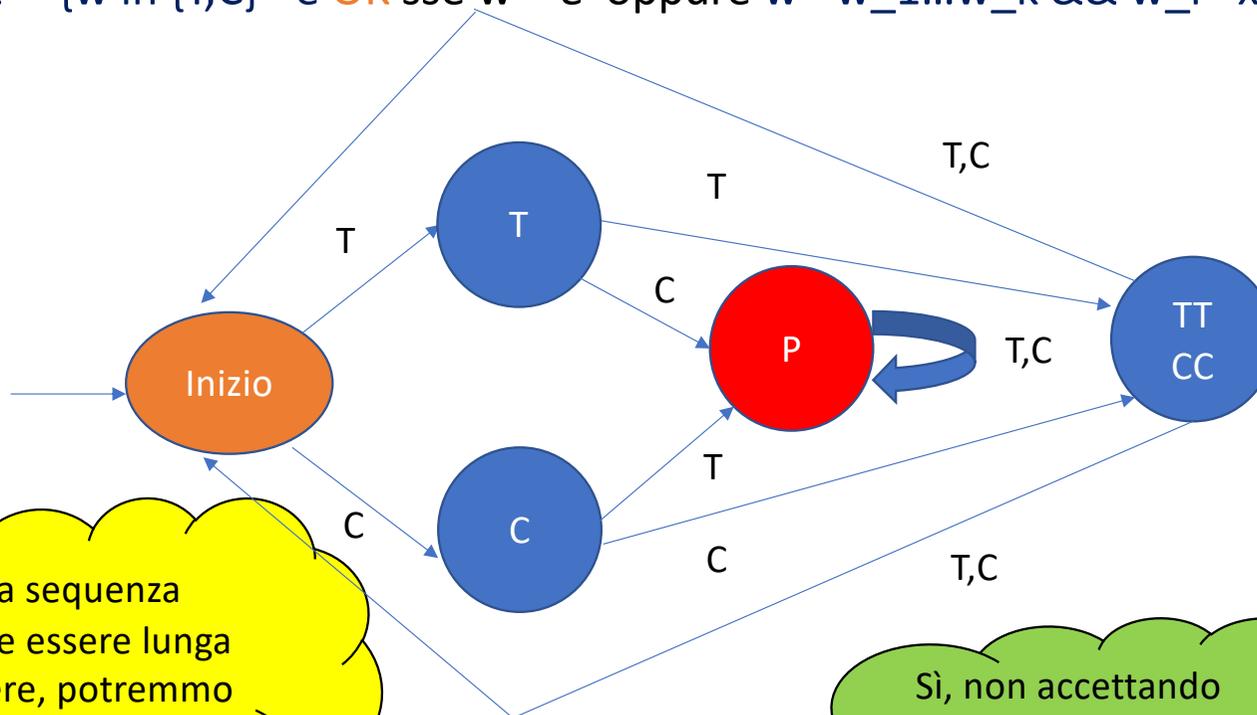


Se la sequenza potesse essere lunga a piacere, potremmo accettarla se le prime triplette sono ok?

## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette  $w$  abbia tutte le triplette in regola:

$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



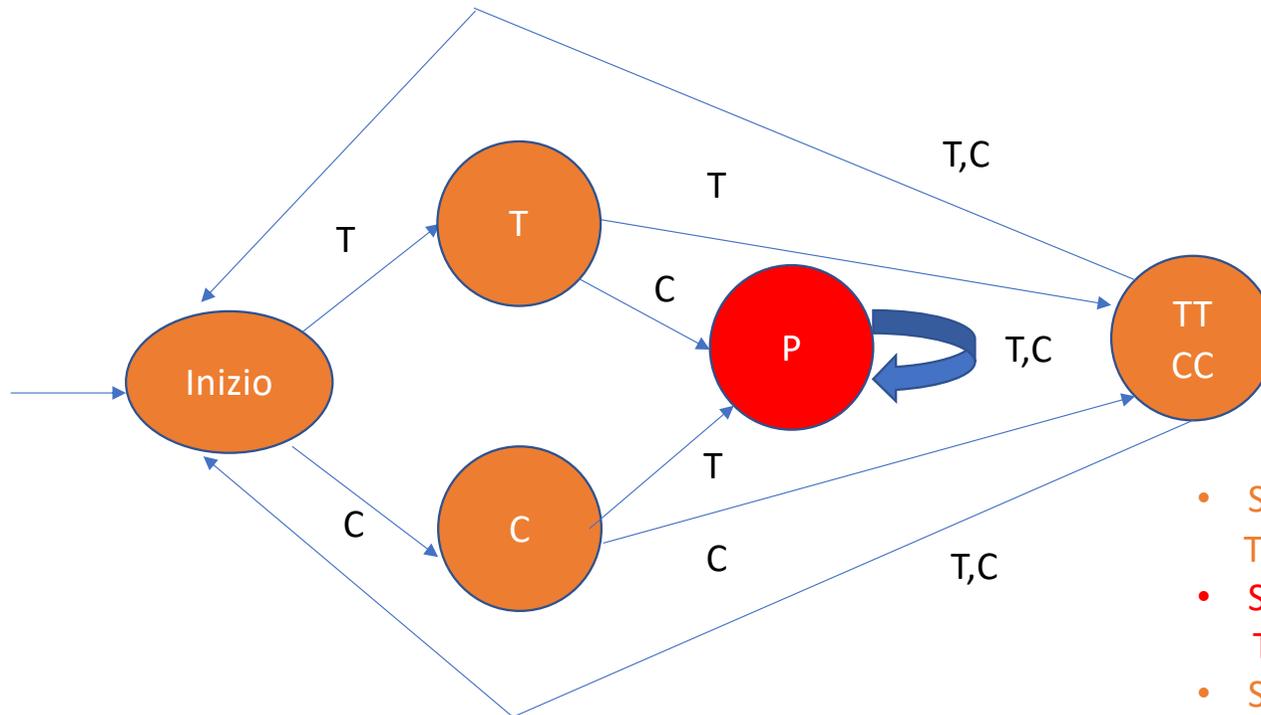
Se la sequenza potesse essere lunga a piacere, potremmo accettarla se le prime triplette sono ok?

Sì, non accettando solo le sequenze dove le triplette non sono corrette

### PROBLEMA 3

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplete w abbia tutte le triplete in regola:

$L'' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \epsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k z \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\} \text{ e } z \text{ in } \{T,C\}^0 \cup \{T,C\}^1 \cup \{T,C\}^2\}$

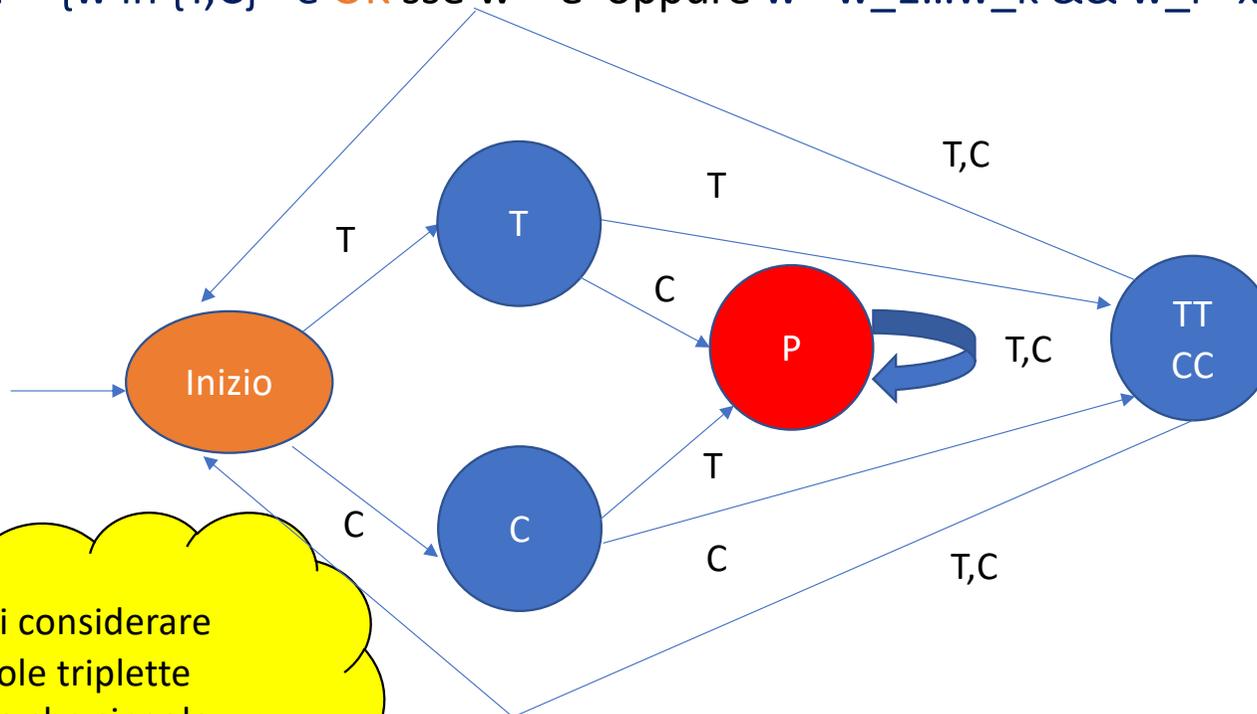


- Sequenza accettata  
TTC CCT TTC
- Sequenza non accettata  
TTC CTC TTC
- Sequenza ~~incompleta~~ accettata  
TTC CC

## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette  $w$  abbia tutte le triplette in regola:

$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$

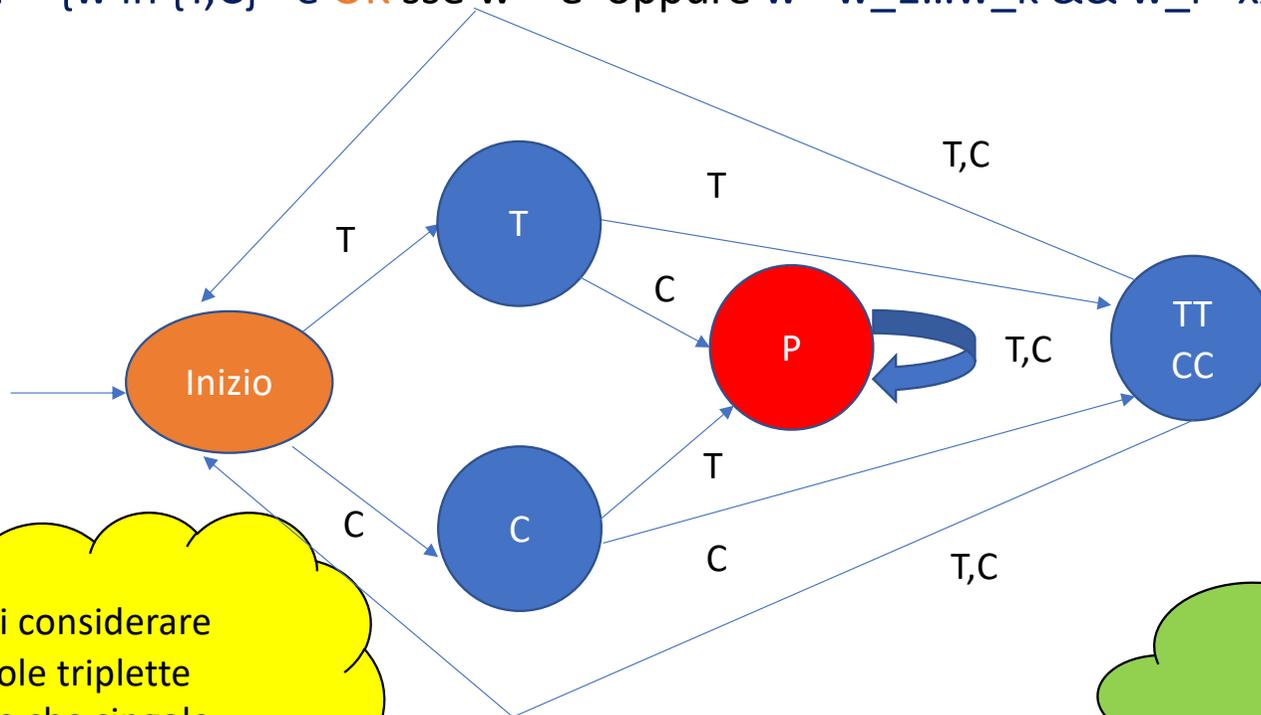


Potrei considerare  
singole triplette  
invece che singole  
lettere?

## PROBLEMA 2

Trovare l'automa A che riconosce se una sequenza di triplette w abbia tutte le triplette in regola:

$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \text{ è OK sse } w = \varepsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \ \&\& \ w_i = xxy, \text{ con } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$



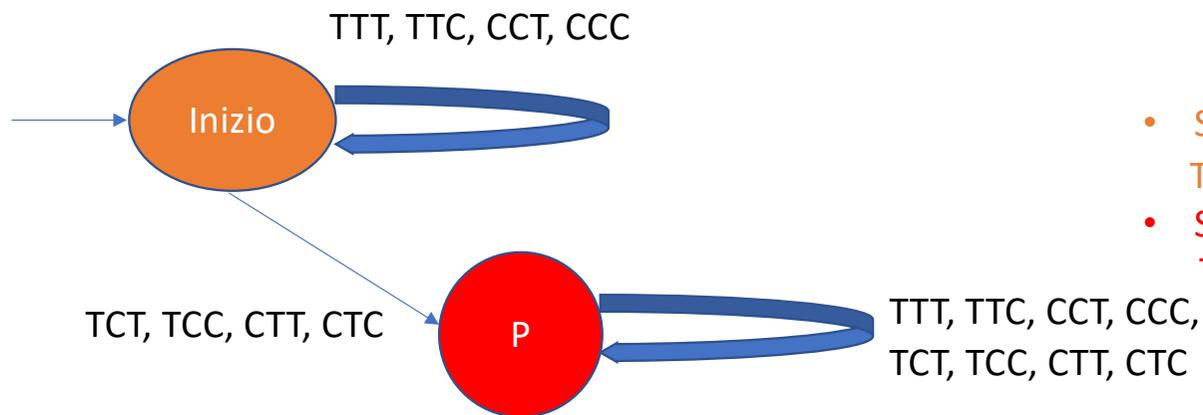
Potrei considerare  
singole triplette  
invece che singole  
lettere?

Sì, cambiando  
l'alfabeto

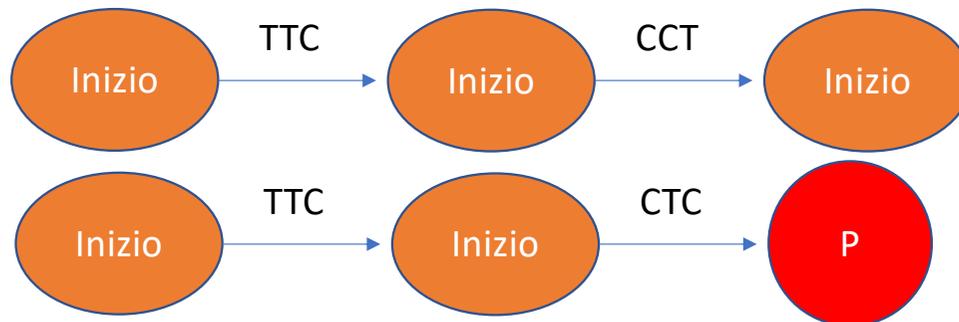
### PROBLEMA 3

Trovare l'automa A che riconosce se una **sequenza di triplette**  $w$  abbia tutte le triplette in regola:

$L'' = \{w \text{ in } \{TTT, TTC, TCT, TCC, CCC, CCT, CTC, CTT\}^* \text{ è OK sse } w = \epsilon \text{ oppure } w \text{ in } \{TTT, TTC, CCT, CCC}\}$

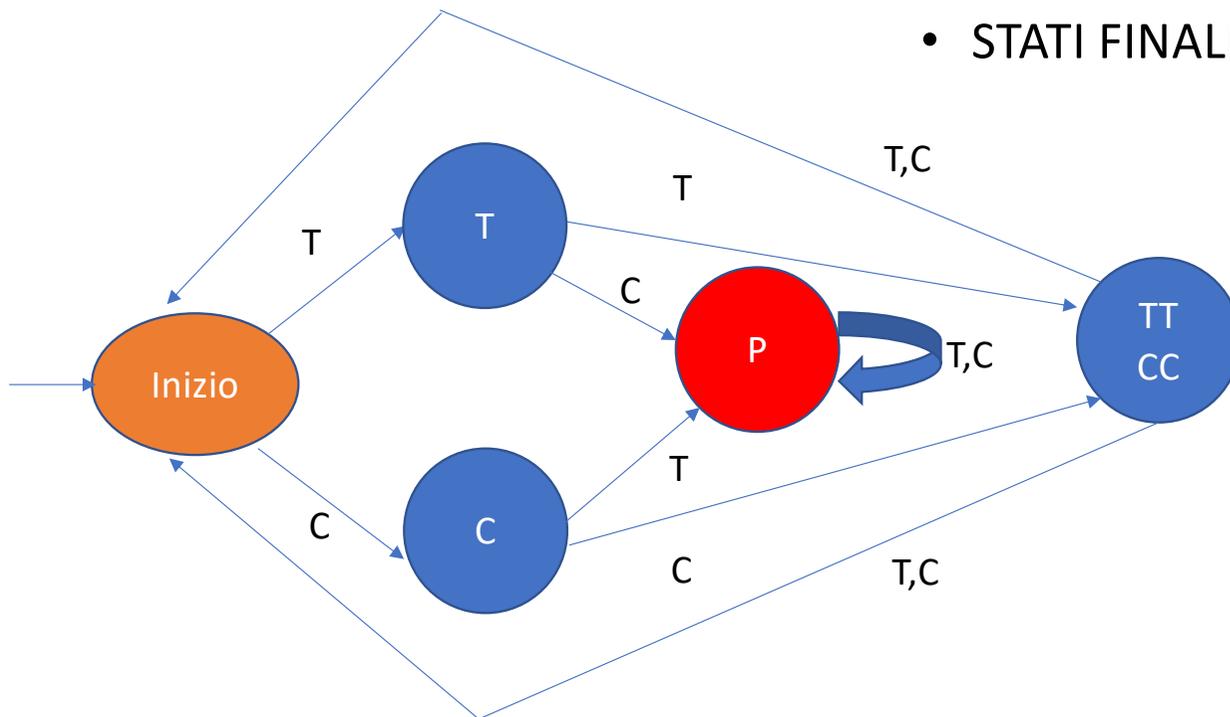


- Sequenza accettata  
TTC CCT
- Sequenza non accettata  
TTC CTC



## COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA?

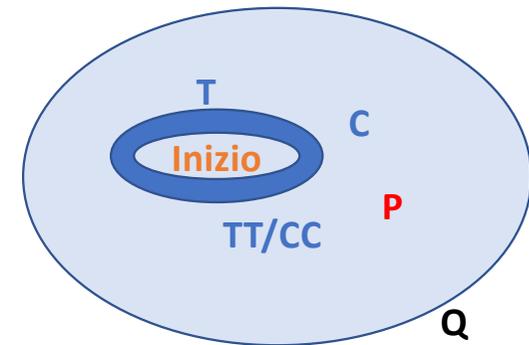
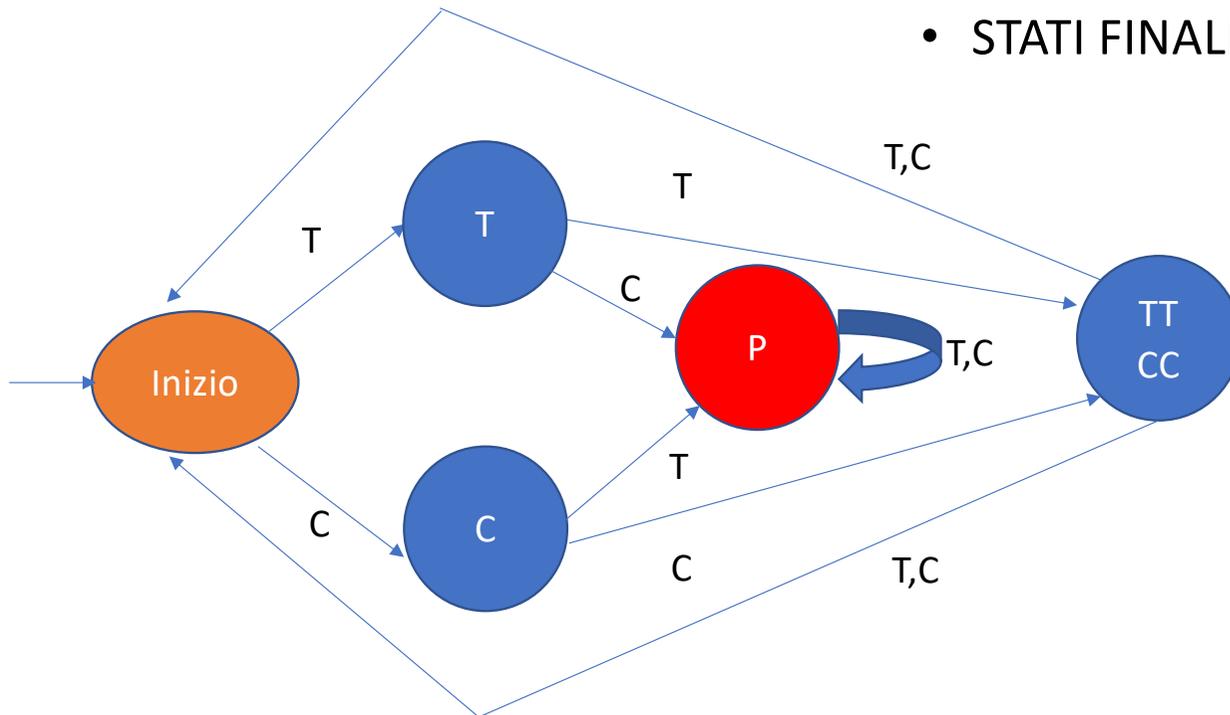
- STATI
- ALFABETO FINITO di simboli
- FUNZIONE (stato, lettera)  $\rightarrow$  stato'
- STATO Iniziale
- STATI FINALI



**COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA:  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$**

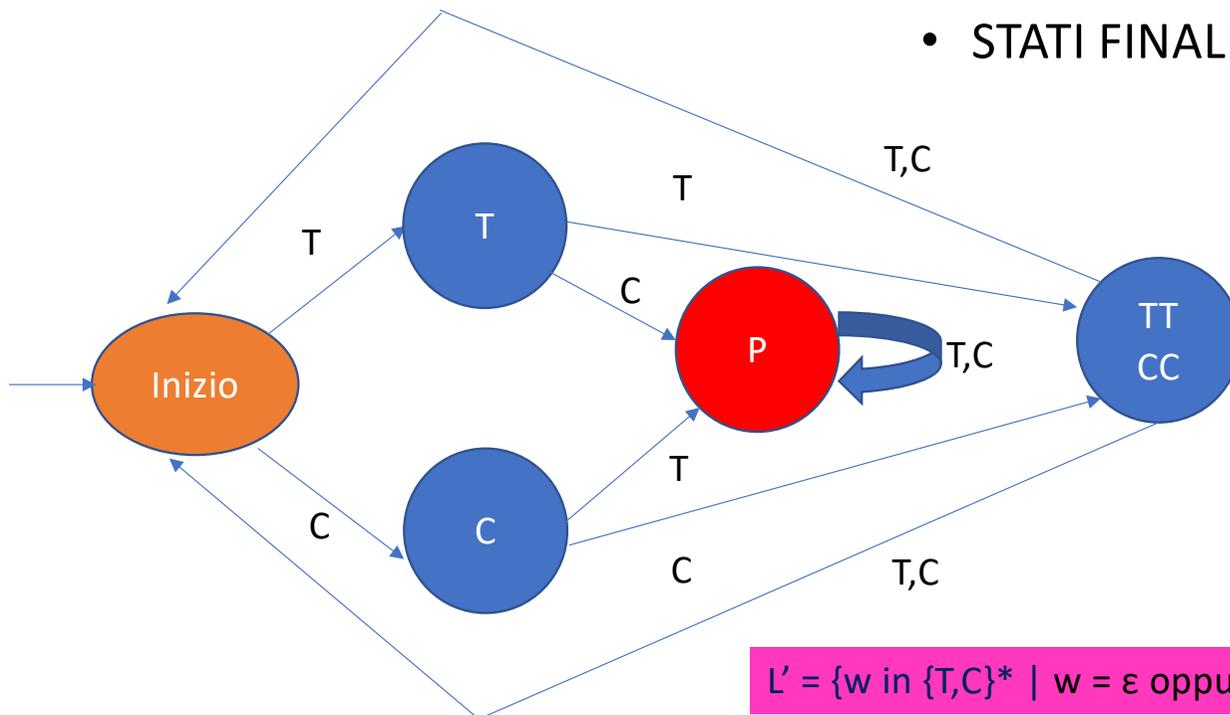
- STATI  $Q = \{\text{Inizio}, T, C, TT/CC, P\}$
- ALFABETO FINITO  $\Sigma = \{T, C\}$
- FUNZIONE:  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- STATO Iniziale  $q_0 \in Q = \text{Inizio}$
- STATI FINALI  $F \subseteq Q = \{\text{Inizio}\}$

$$\delta(q, a) = q'$$



## COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

- STATI  $Q = \{\text{Inizio}, T, C, TT/CC, P\}$
- ALFABETO FINITO  $\Sigma = \{T, C\}$
- FUNZIONE:  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q (***)$   $\delta(q, a) = q$
- STATO Iniziale  $q_0 \in Q = \text{Inizio}$
- STATI FINALI  $F \subseteq Q = \{\text{Inizio}\}$

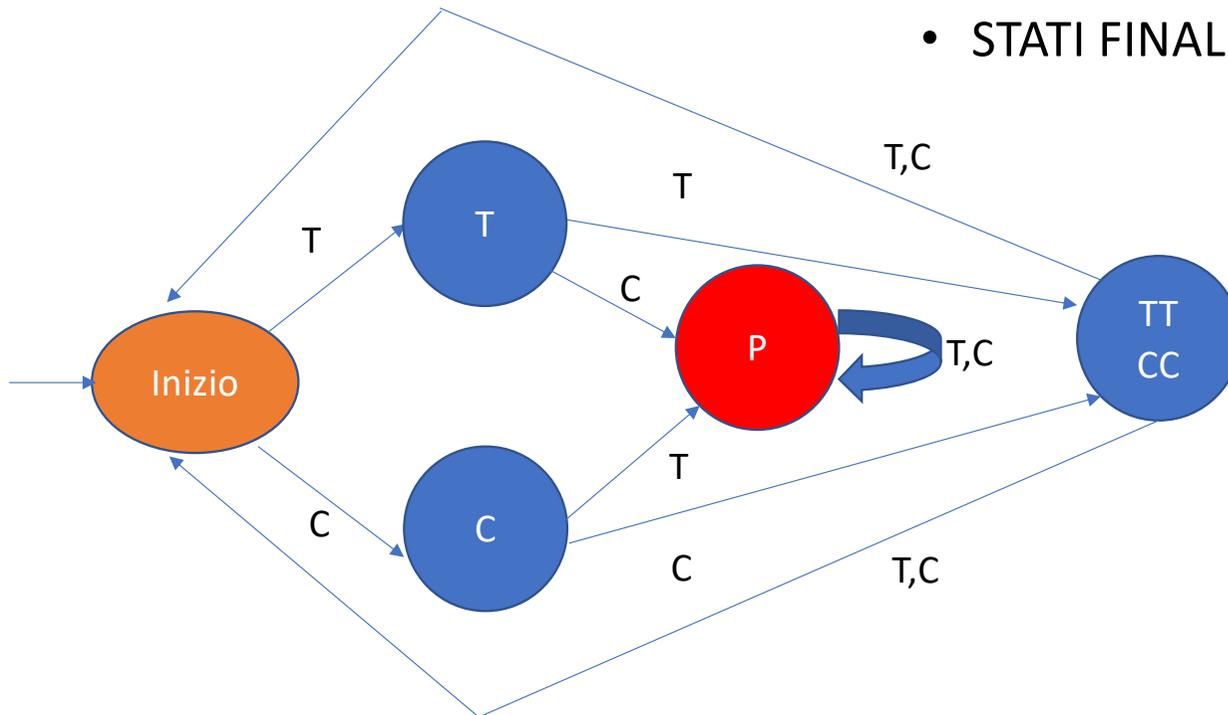


Gli automi riconoscono  
linguaggi  $L \subseteq \Sigma^*$   
Nel nostro esempio il linguaggio  $L'$   
delle sequenze  
di triplette corrette

$L' = \{w \text{ in } \{T,C\}^* \mid w = \epsilon \text{ oppure } w = w_1 \dots w_k \text{ con } w_i = xxy \text{ e } x,y \text{ in } \{T,C\}\}$

## COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

- STATI  $Q = \{\text{Inizio}, T, C, TT/CC, P\}$
- ALFABETO FINITO  $\Sigma = \{T, C\}$
- FUNZIONE:  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- STATO Iniziale  $q_0 \in Q = \text{Inizio}$
- STATI FINALI  $F \subseteq Q = \{\text{Inizio}\}$

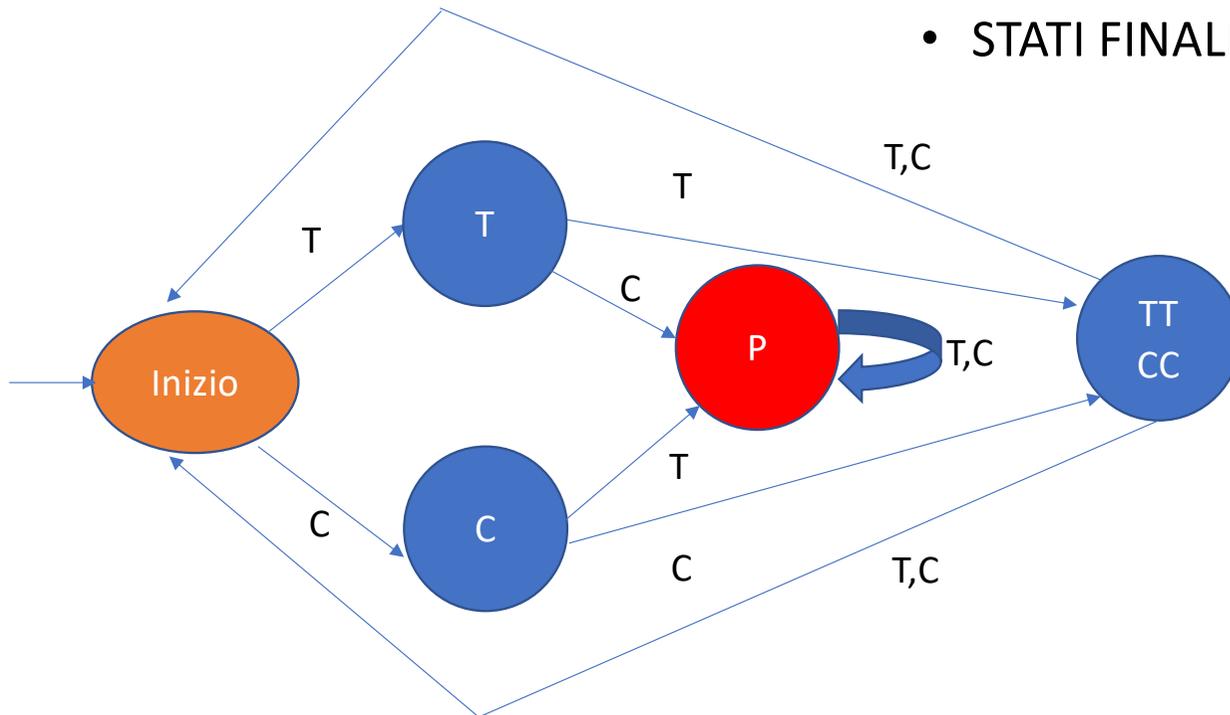


$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  FUNZIONE DI TRANSIZIONE

- $\delta(\text{Inizio}, T) = T$
- $\delta(\text{Inizio}, C) = C$
- $\delta(T, T) = TT/CC$
- $\delta(T, C) = P$
- $\delta(C, C) = TT/CC$
- $\delta(C, T) = P$
- $\delta(TT/CC, T) = \text{Inizio}$
- $\delta(TT/CC, C) = \text{Inizio}$
- $\delta(P, C) = P$
- $\delta(P, T) = P$

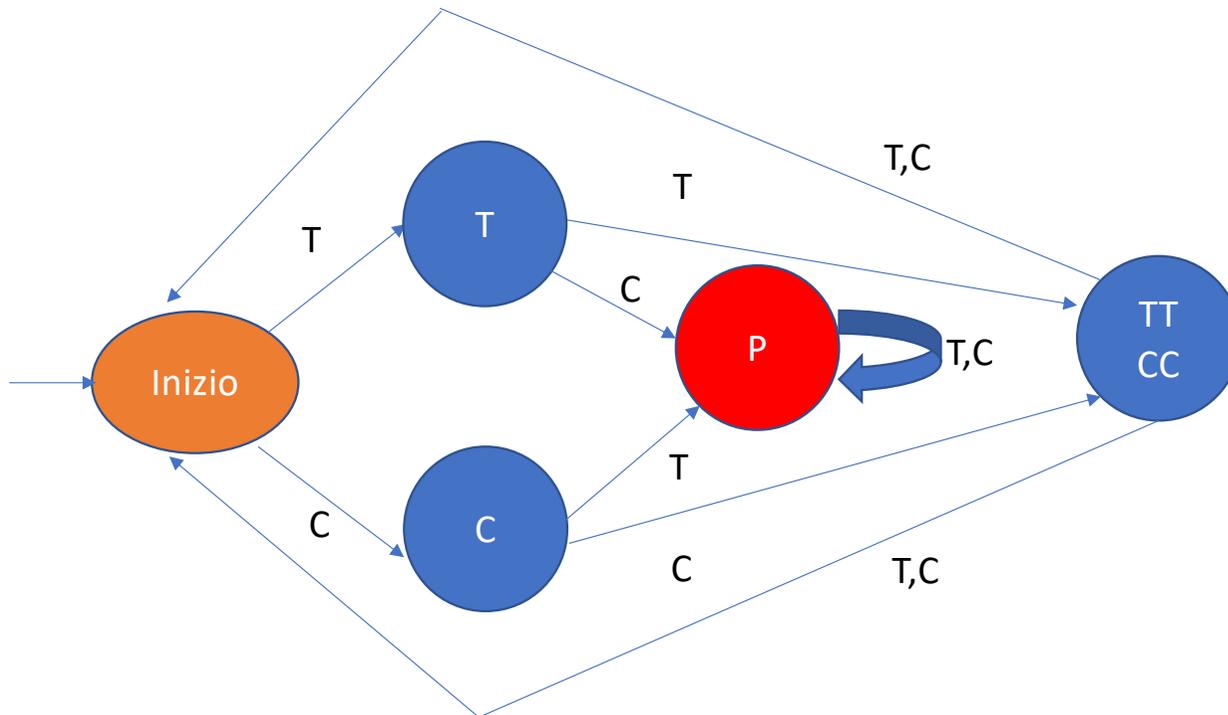
## COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

- STATI  $Q = \{\text{Inizio}, T, C, TT/CC, P\}$
- ALFABETO FINITO  $\Sigma = \{T, C\}$
- FUNZIONE:  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- STATO Iniziale  $q_0 \in Q = \text{Inizio}$
- STATI FINALI  $F \subseteq Q = \{\text{Inizio}\}$



$\delta$	T	C
Inizio	T	C
T	TT/CC	P
C	P	TT/CC
TT/CC	Inizio	Inizio
P	P	P

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



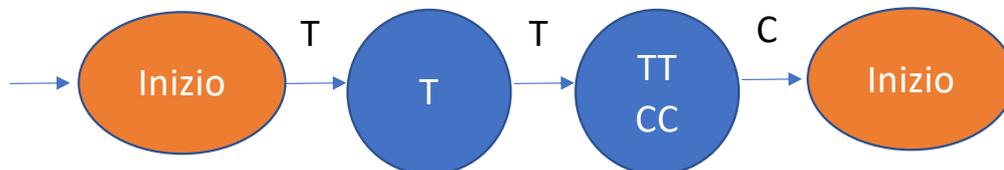
$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

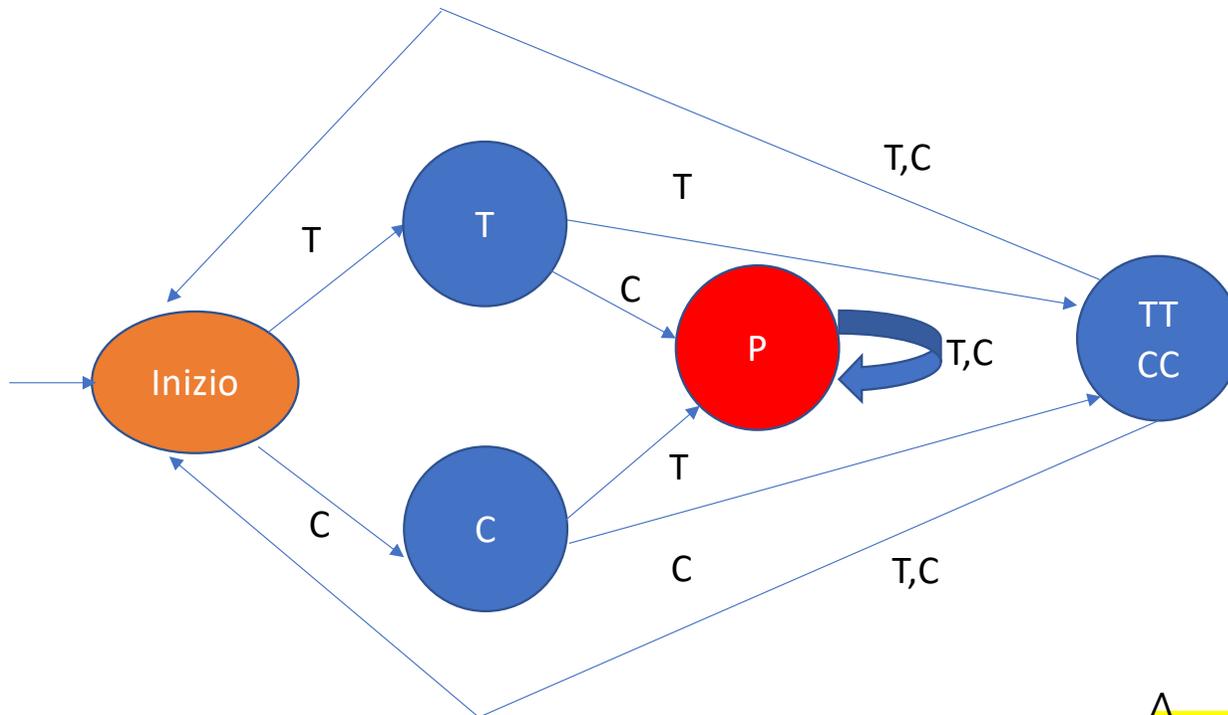
$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a)$$

$x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$



## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

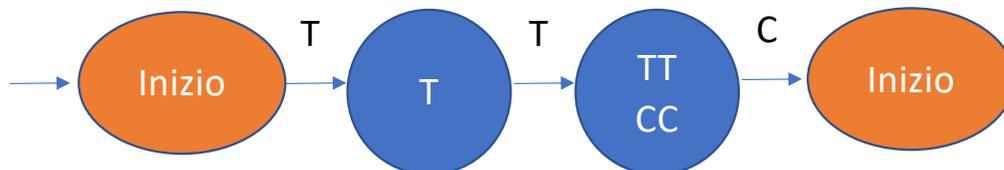
$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a)$$

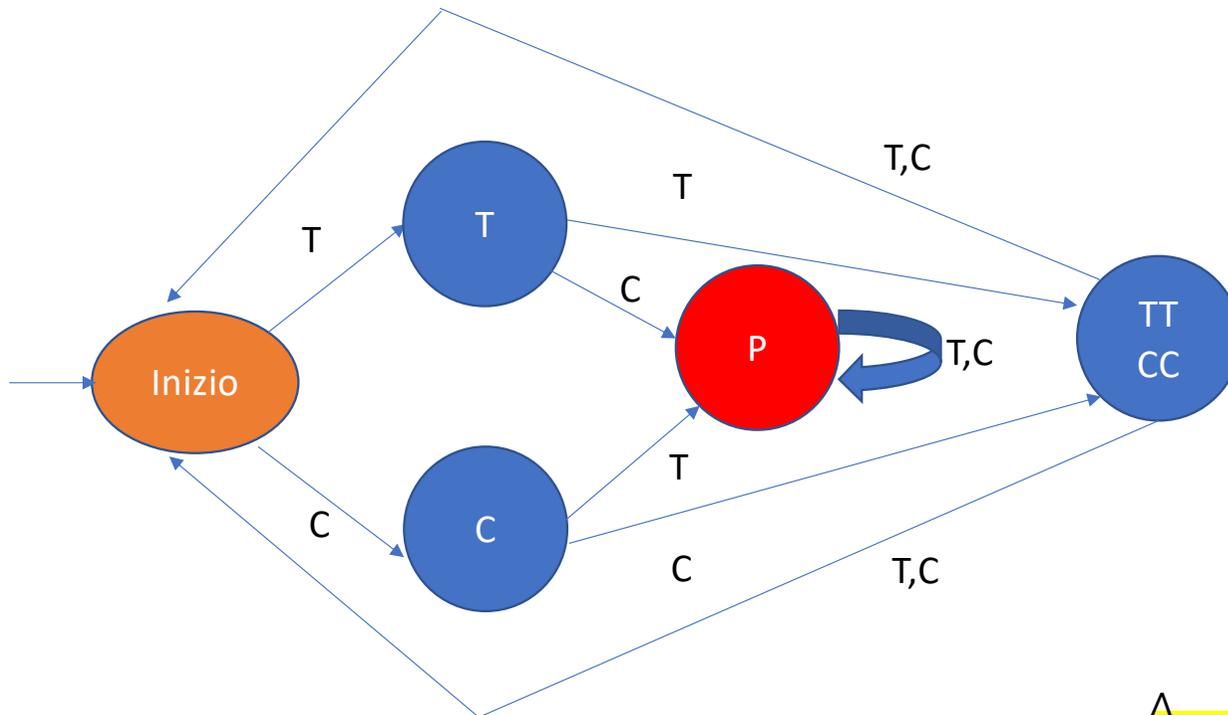
$x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTC}) =$$



## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

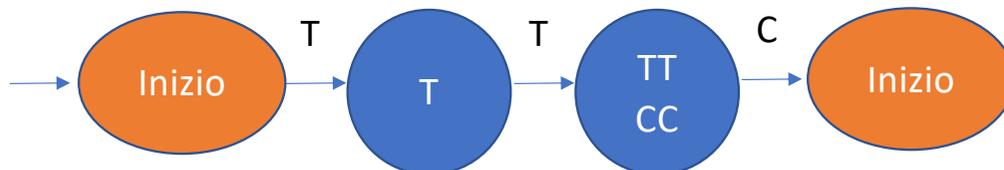
$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a)$$

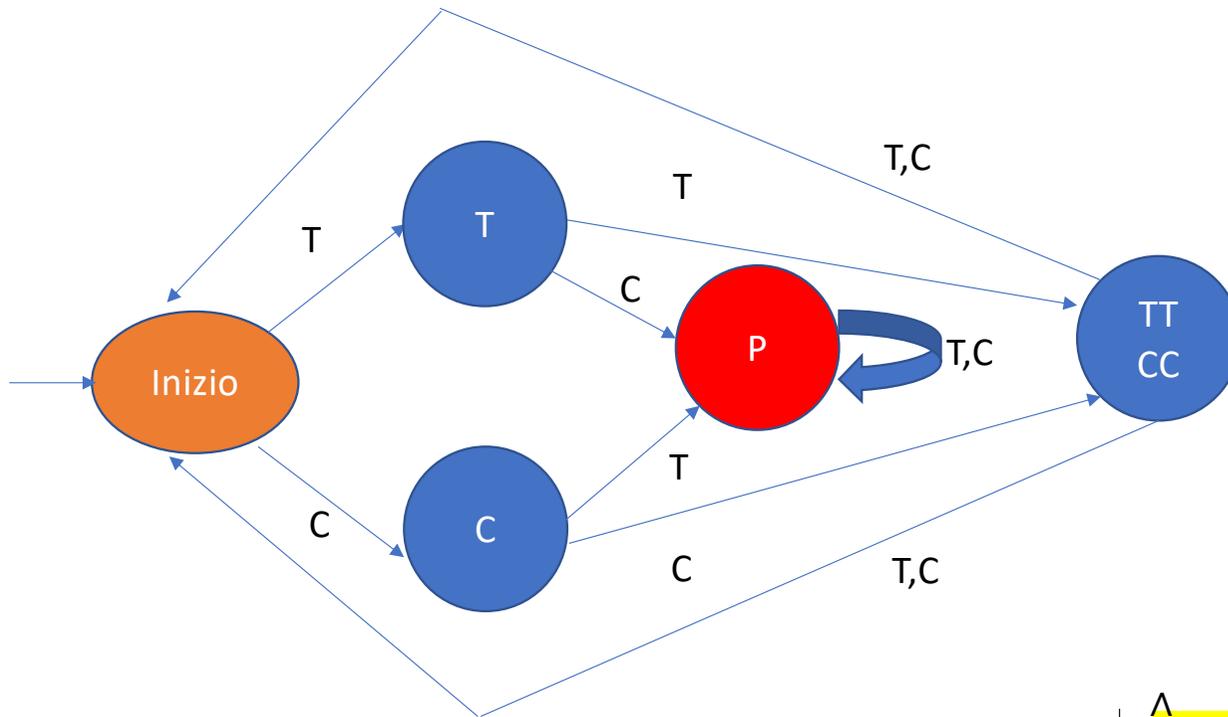
$x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$



## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



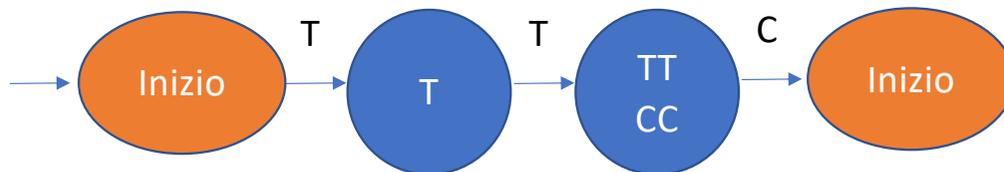
$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a)$$

$x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$

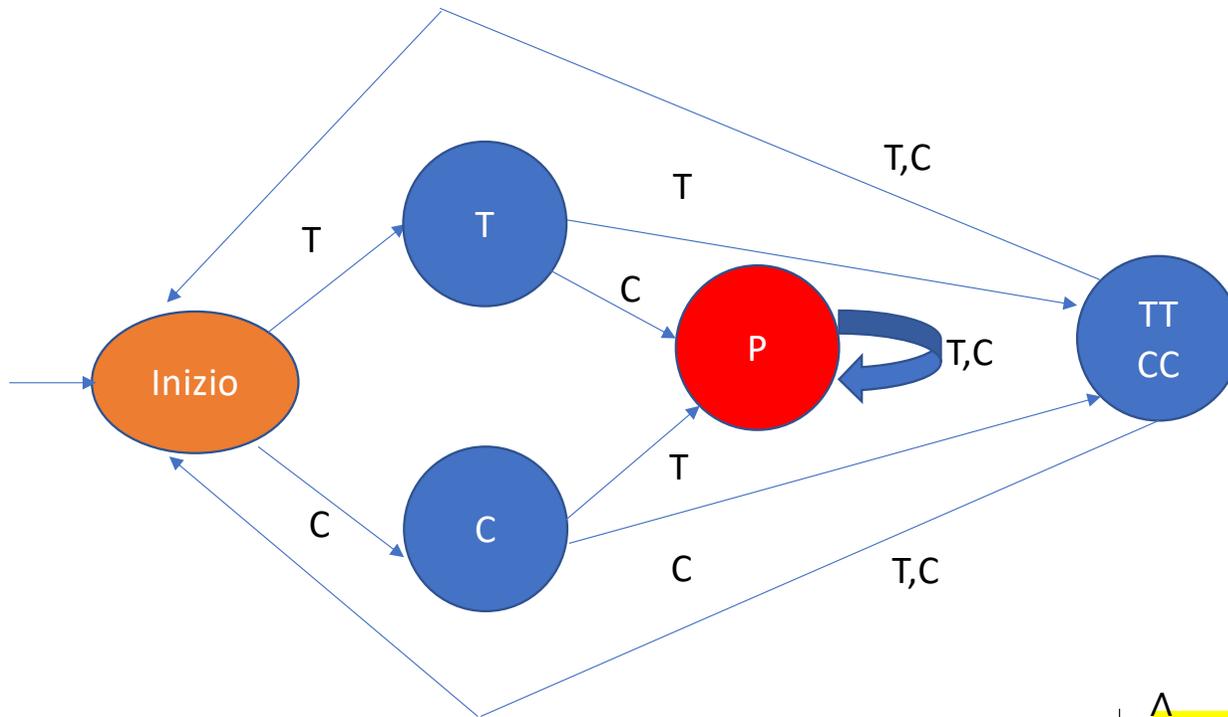
- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$



$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) =$$

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



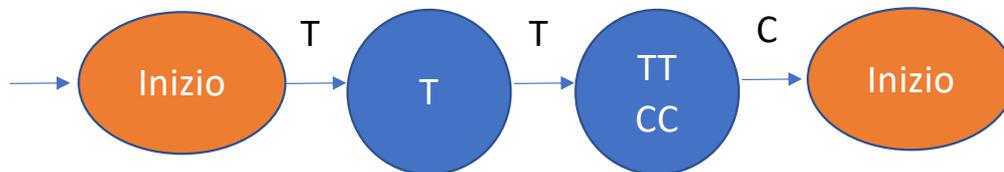
$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a)$$

$x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$

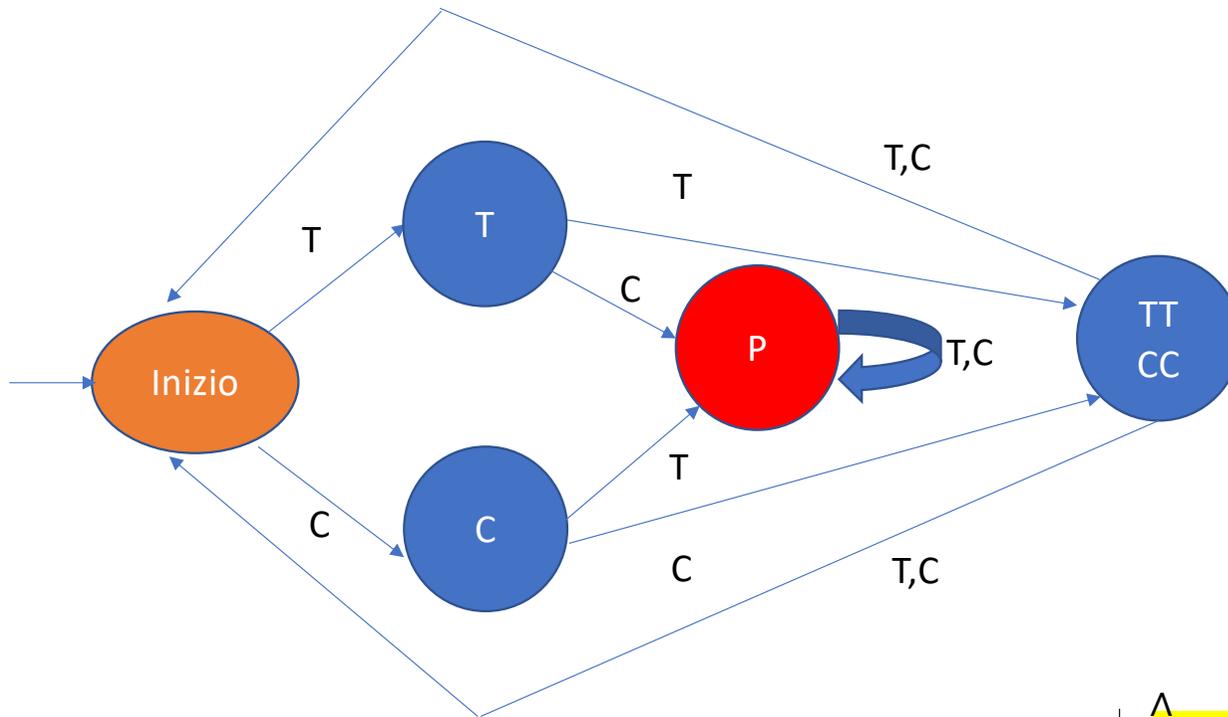
- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$



$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T})$$

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



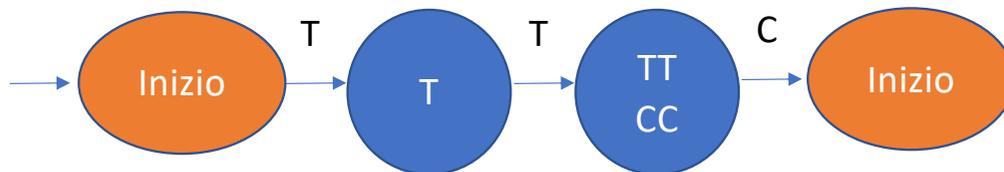
$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a)$$

$x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$

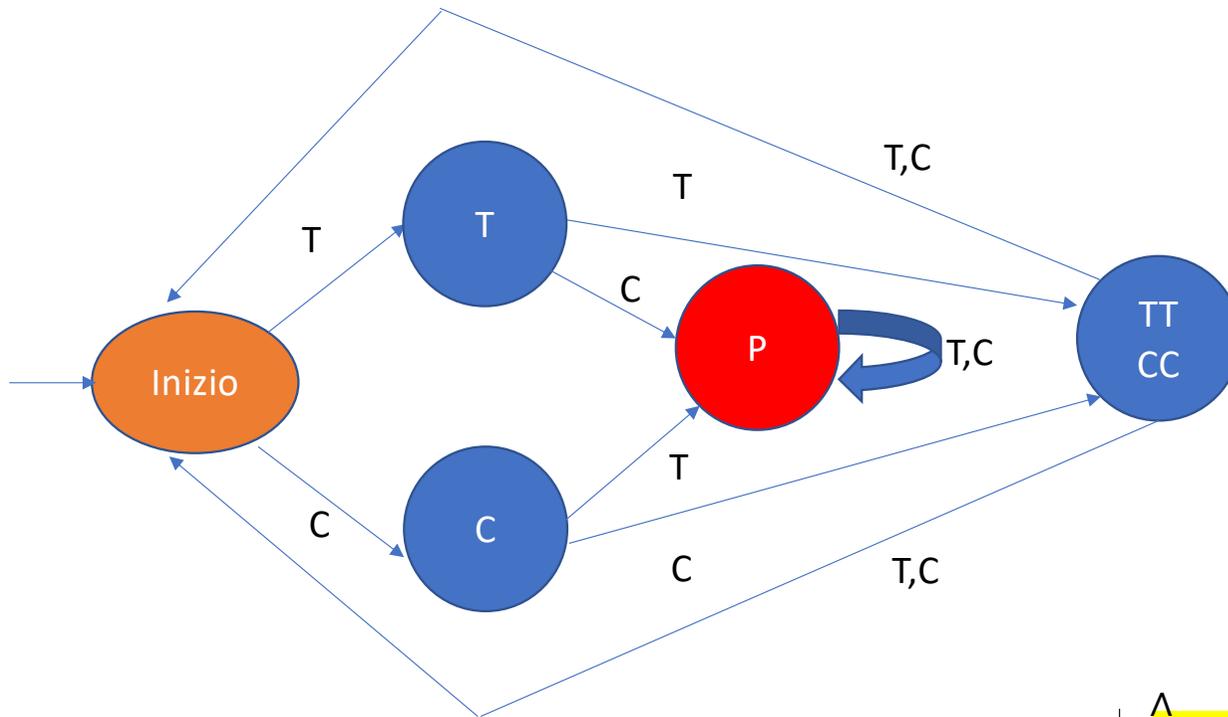


$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTCC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) =$$

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva

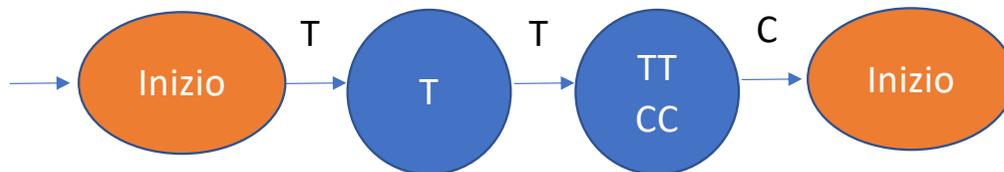


$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a) \\ x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$

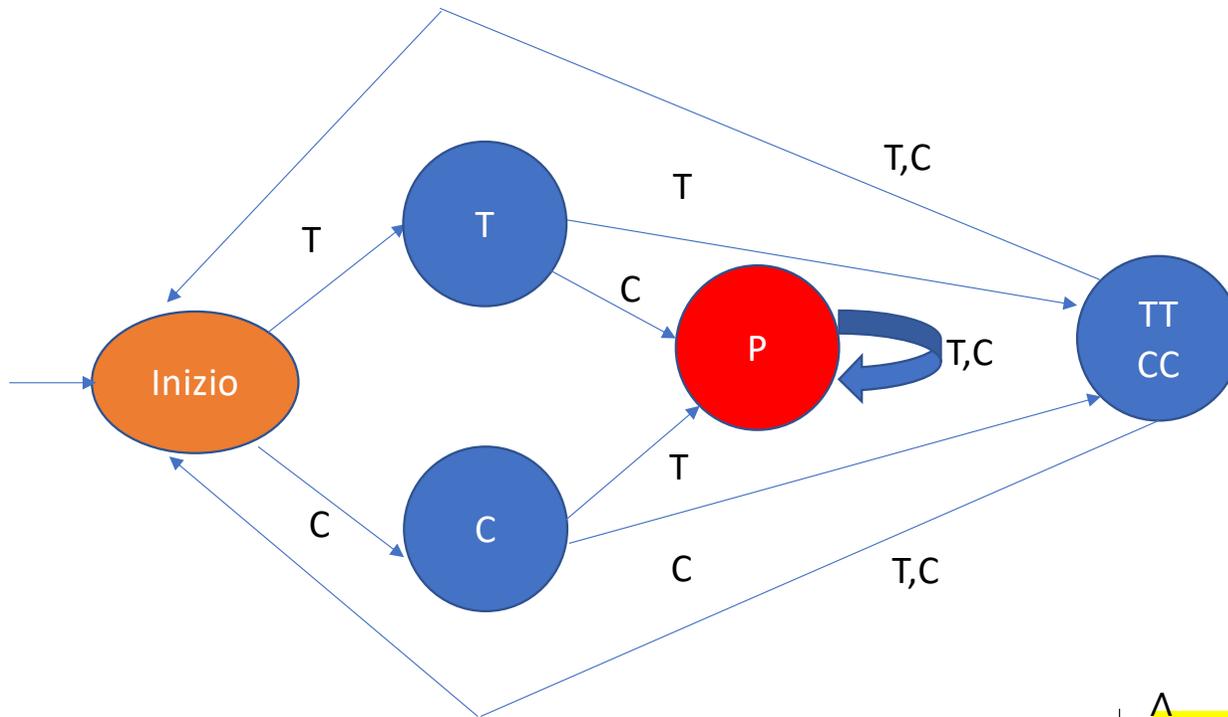


$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), \text{T})$$

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva

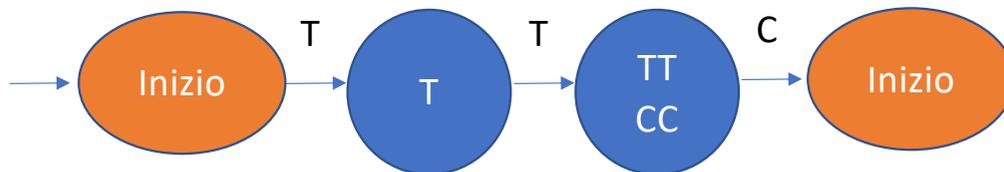


$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a) \\ x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$



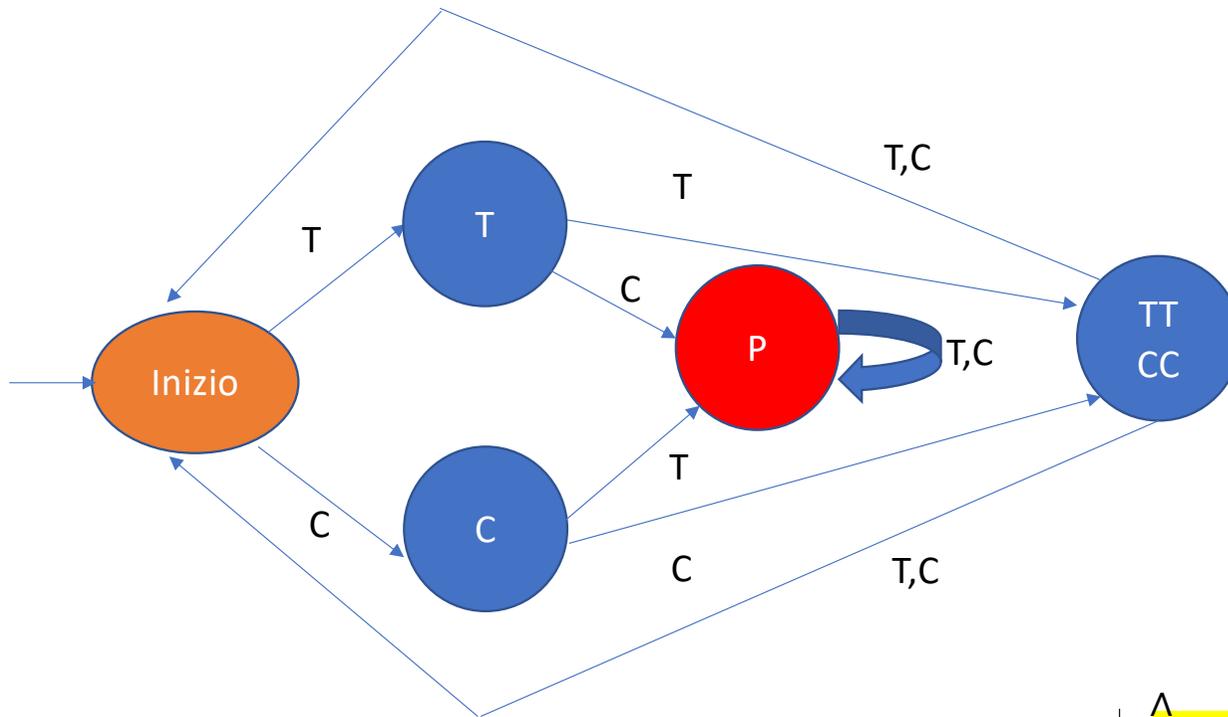
$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTCC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), \text{T})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) =$$

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva

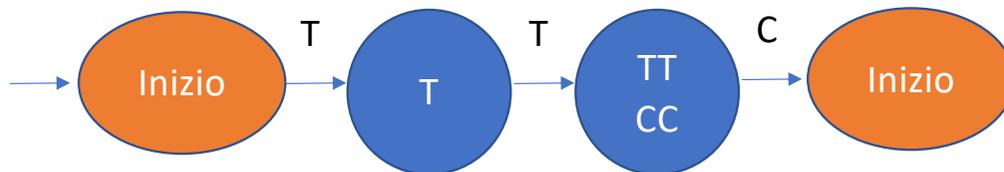


$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a) \\ x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$



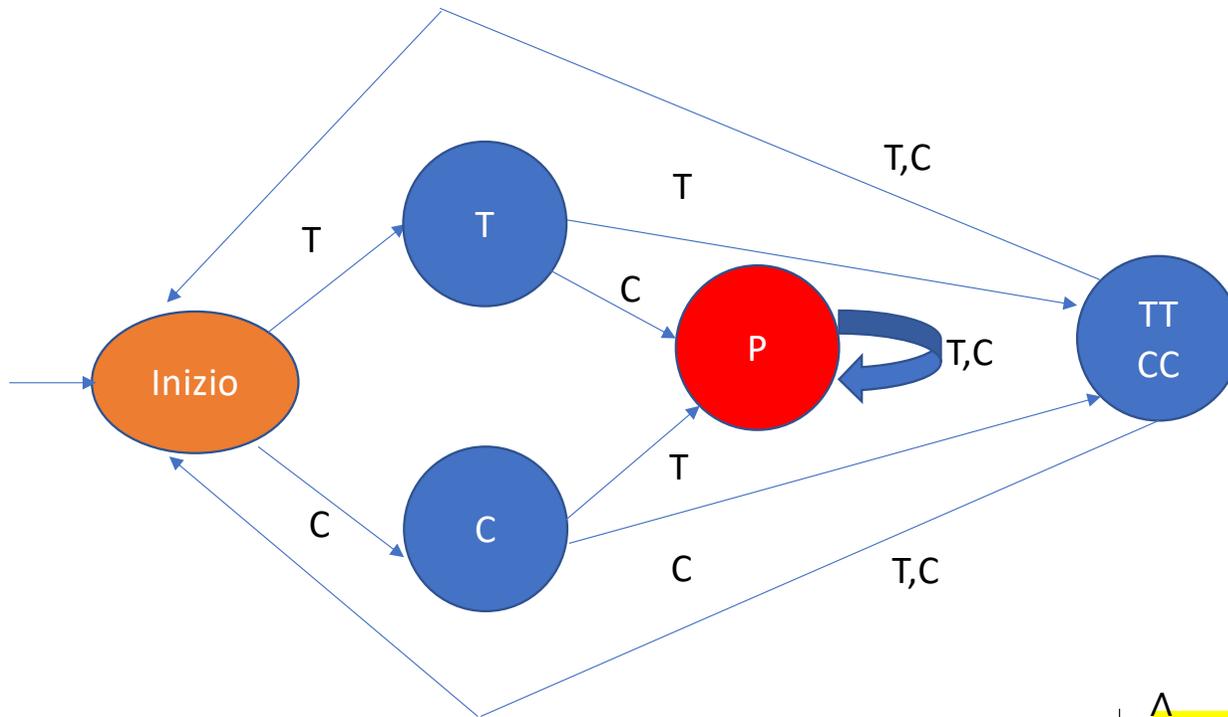
$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTCC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), \text{T})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) = \text{Inizio}$$

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva

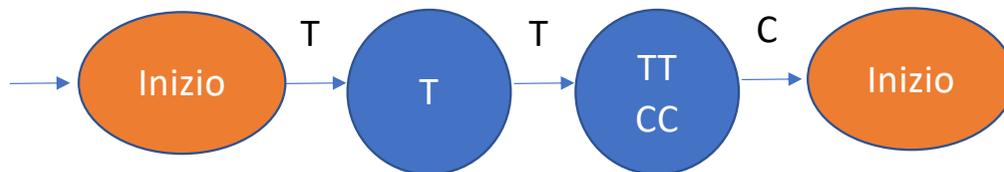


$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a) \\ x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$



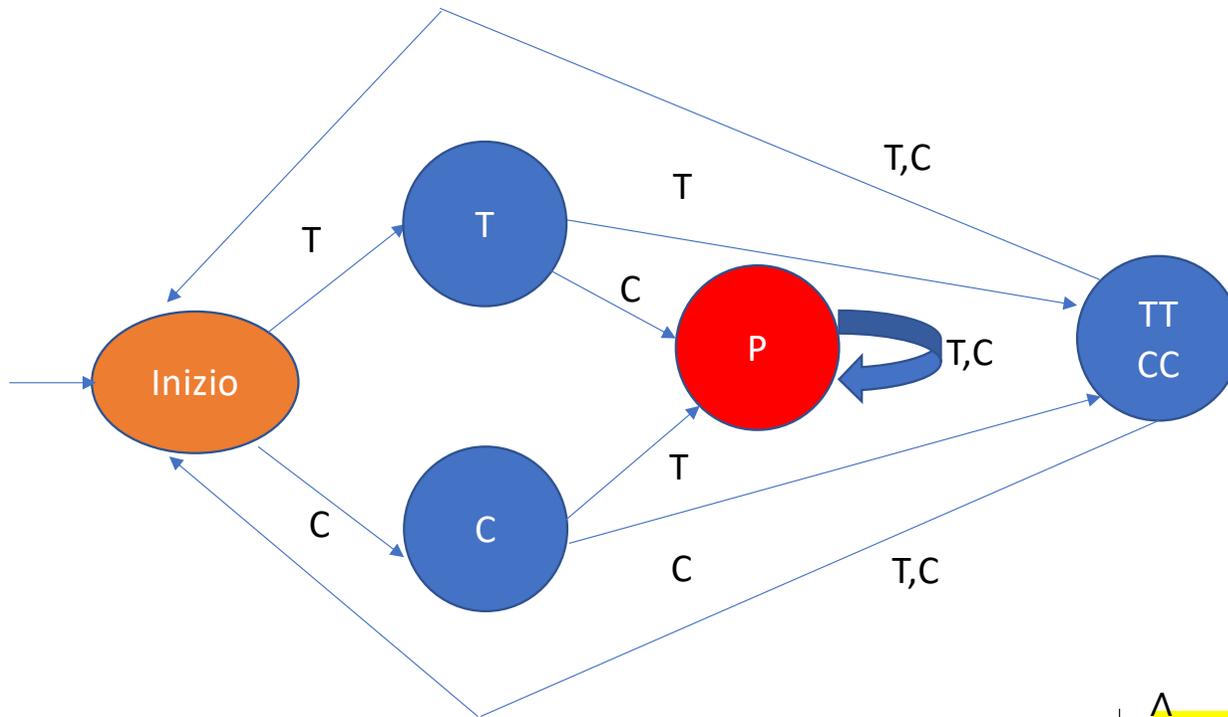
$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTCC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), \text{T}) = \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \text{T}$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) = \text{Inizio}$$

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva

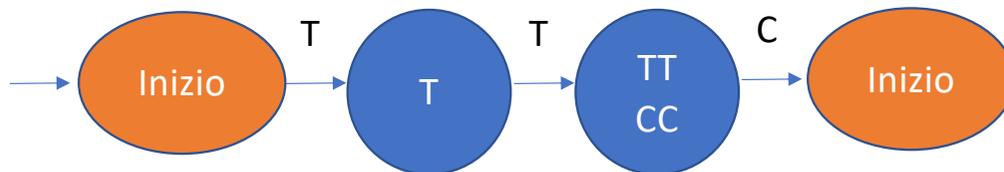


$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a) \\ x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$



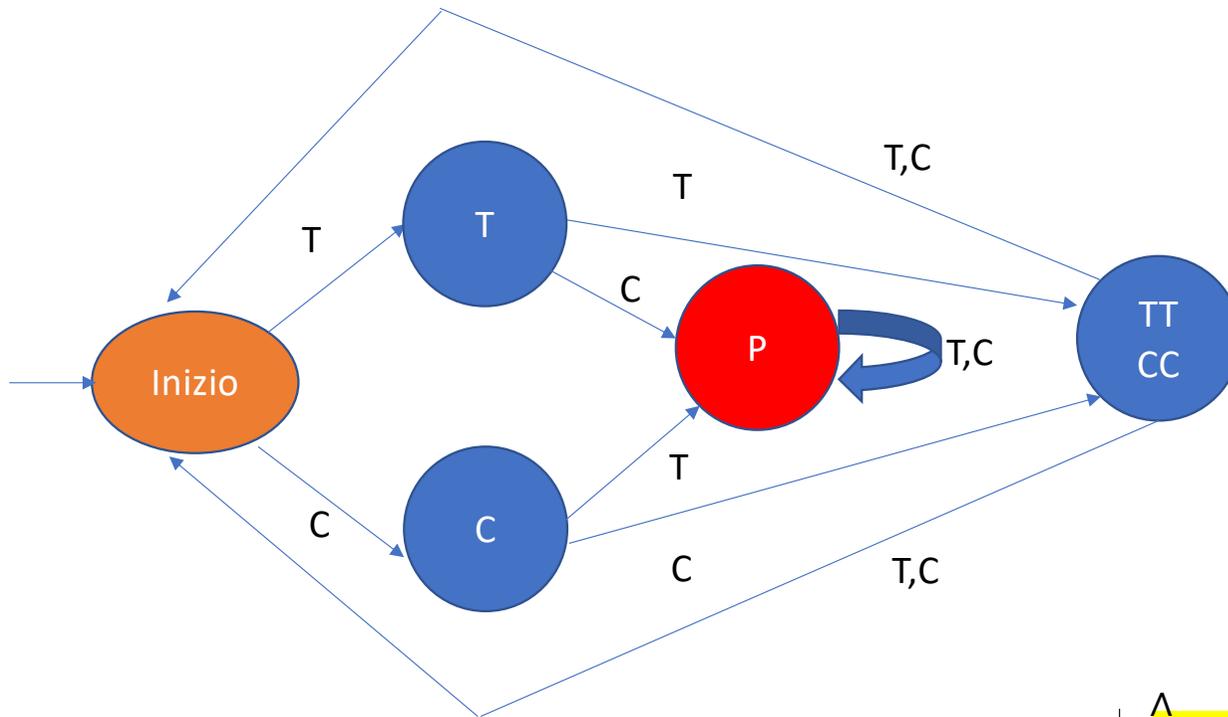
$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTCC}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C})$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T}) = \hat{\delta}(\text{T}, \text{T}) = \text{TT/CC}$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), \text{T}) = \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \text{T}$$

$$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) = \text{Inizio}$$

## FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva

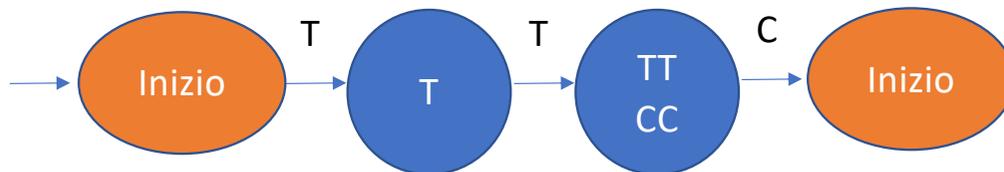


$$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\text{Base: } \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

$$\text{Induzione: } \hat{\delta}(q, xa) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), a) \\ x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$$

- La funzione di transizione estesa  $\hat{\delta}$  opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q_0, w) = p$  denota che  $p$  è lo stato raggiunto a partire da  $q_0$  quando si riceve in input uno a uno i simboli di  $w$



$$\begin{aligned} \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTCC}) &= \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C}) = \hat{\delta}(\text{TT/CC}, \text{T}) = \text{Inizio} \\ \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) &= \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T}) = \hat{\delta}(\text{T}, \text{T}) = \text{TT/CC} \\ \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) &= \hat{\delta}(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), \text{T}) = \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \text{T} \\ \hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) &= \text{Inizio} \end{aligned}$$

## Definizioni induttive

$\hat{\delta}$

Base:  $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$

Induzione:  $\hat{\delta}(q, xa) = \delta(\hat{\delta}(q, x), a)$   
 $x \text{ in } \Sigma^*, a \text{ in } \Sigma$

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTC}) &= \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}), \text{C}) = \delta(\text{TT/CC}, \text{T}) = \text{Inizio} \\ \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) &= \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}), \text{T}) = \delta(\text{T}, \text{T}) = \text{TT/CC} \\ \hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) &= \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), \text{T}) = \delta(\text{Inizio}, \text{T}) = \text{T} \\ \hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) &= \text{Inizio} \end{aligned}$$

Fattoriale

Base:  $0! = 1$

Induzione:  $n! = n \times (n-1)!$

$$\begin{aligned} 3! &= 3 \times 2! = 3 \times 2 = 6 \\ 2! &= 2 \times 1! = 2 \times 1 = 2 \\ 1! &= 1 \times 0! = 1 \times 1 = 1 \\ 0! &= 1 \end{aligned}$$