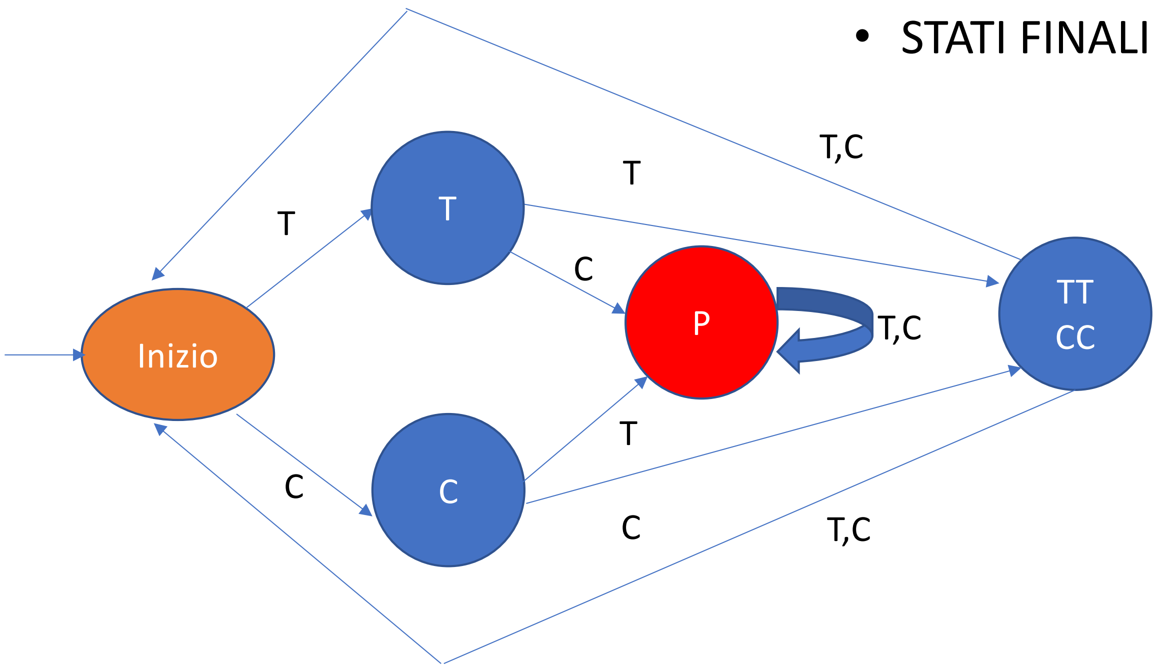
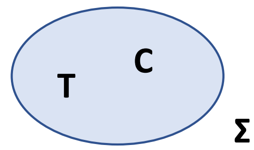
COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA?

- STATI
- ALFABETO FINITO di simboli
- FUNZIONE (stato,simbolo) |--> stato’
- STATO Iniziale
- STATI FINALI



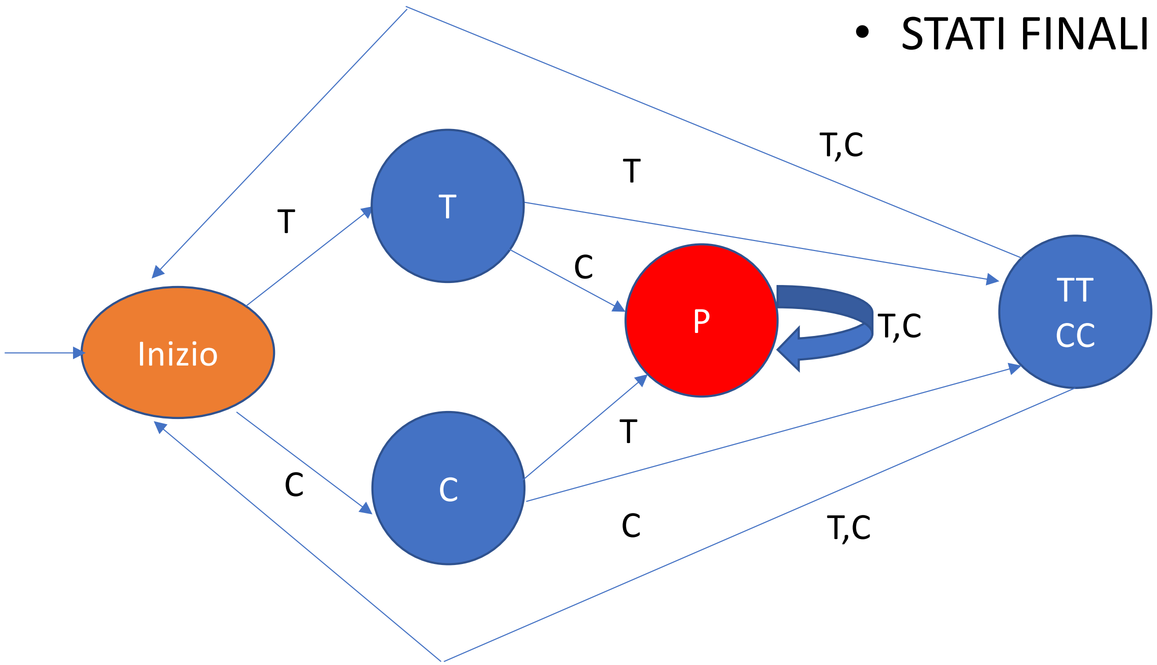
COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

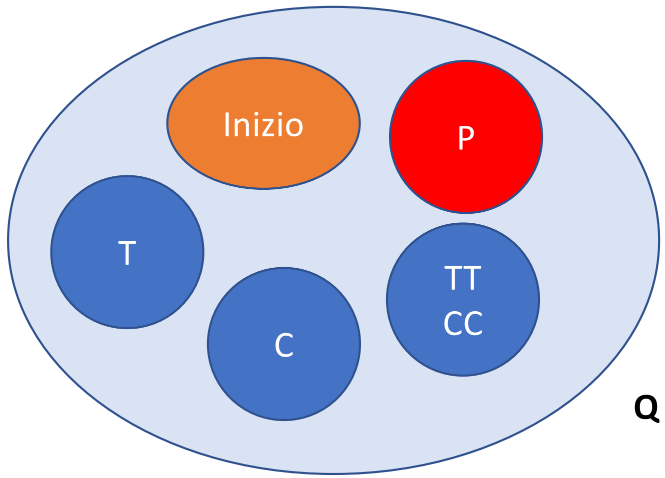


- STATI **Q** = {**Inizio**, **T,C,TT/CC,P**}
- ALFABETO FINITO **Σ** = {T,C}
- FUNZIONE: **δ:** Q x Σ → Q

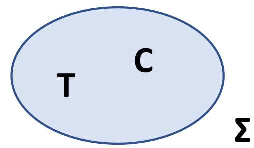
$\delta(\mathbf{q}, a) = \mathbf{q'}$

- STATO Iniziale $\mathbf{q_0} \in Q$ = Inizio
- STATI FINALI **F** $\subseteq$ Q= {Inizio}

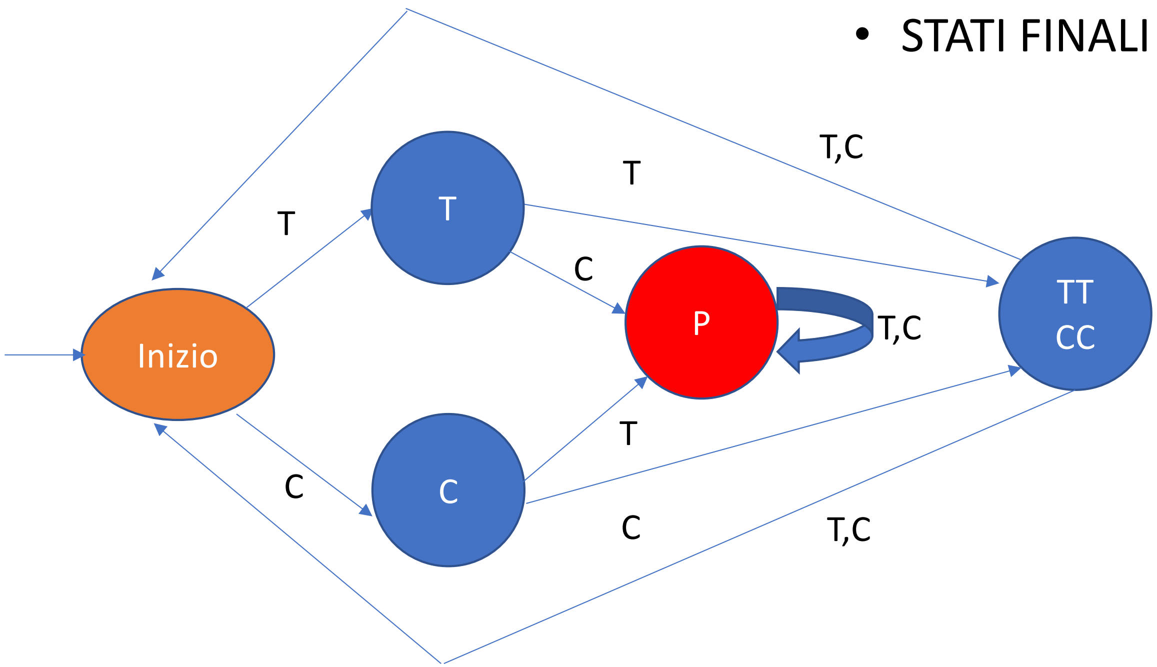




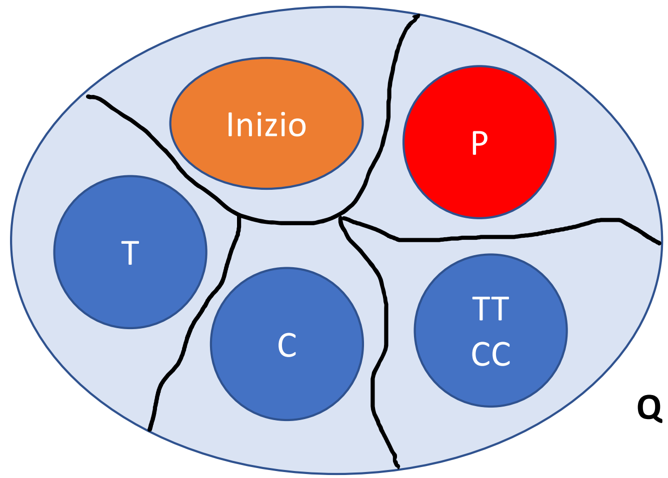
COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$



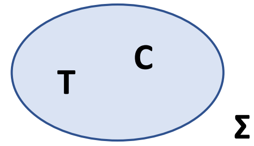
- STATI **Q** = {**Inizio**, **T,C,TT/CC,P**}
- ALFABETO FINITO **Σ** = {T,C}
- FUNZIONE: **δ:** $Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- STATO Iniziale $\mathbf{q_0} \in Q$ = Inizio
- STATI FINALI **F** $\subseteq Q$= {Inizio}



In questo caso una partizione



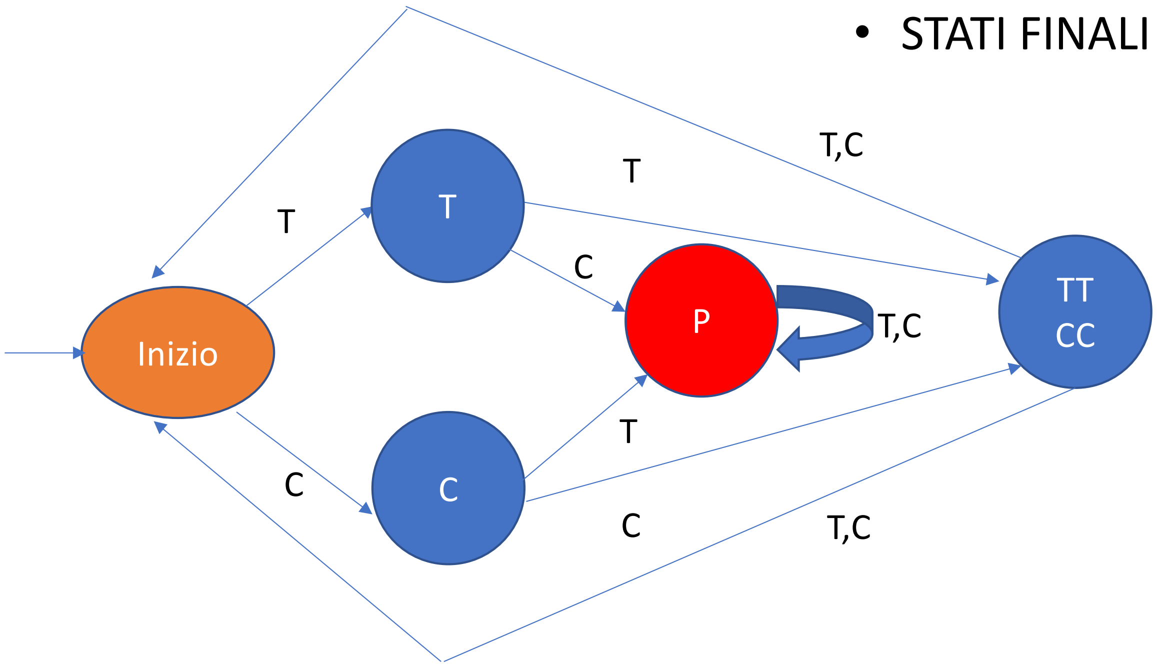
COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

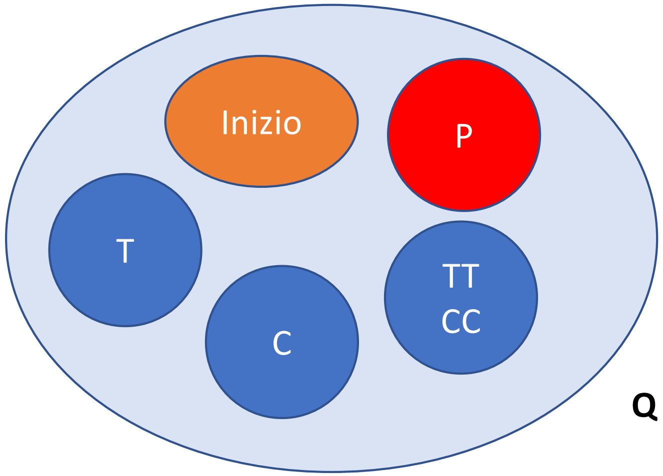


- STATI **Q** = {**Inizio**, **T,C,TT/CC,P**}
- ALFABETO FINITO **Σ** = {T,C}
- FUNZIONE: **δ:** Q x Σ → Q

$\delta(\mathbf{q}, a) = \mathbf{q'}$

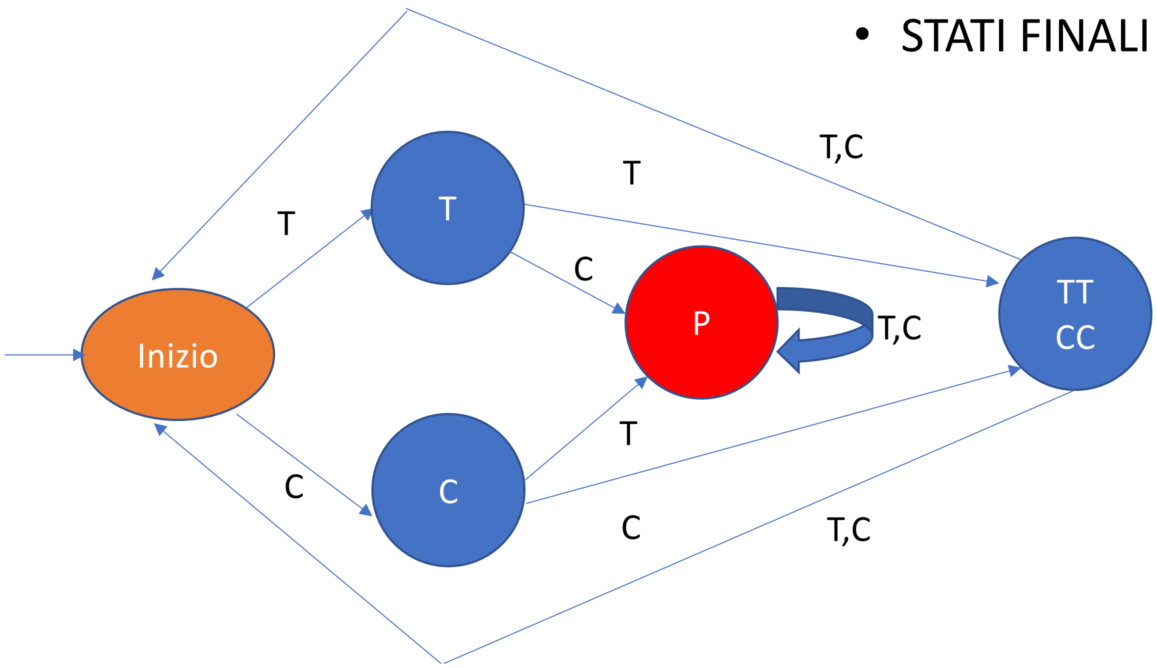
- STATO Iniziale $\mathbf{q_0}$ ∈ Q = Inizio
- STATI FINALI **F** ⊆ Q= {Inizio}





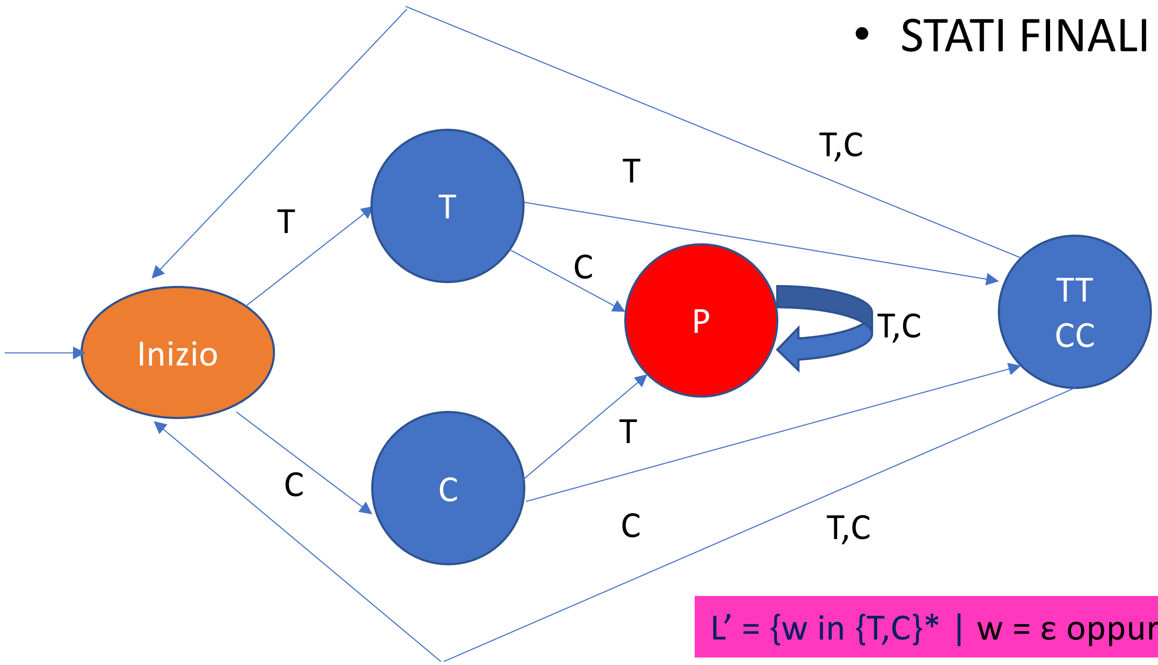
COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

- STATI **Q** = {**Inizio**, **T,C,TT/CC,P**}
- ALFABETO FINITO **Σ** = {T,C}
- FUNZIONE: **δ:** $Q \times \Sigma \rightarrow Q$ $\delta(q, a) = q'$
- STATO Iniziale $q_0 \in Q$ = Inizio
- STATI FINALI **F** $\subseteq$ Q= {Inizio}



COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: (Q, Σ, δ, q_0 , F)

- STATI **Q** = {**Inizio**, **T,C,TT/CC,P**}
- ALFABETO FINITO **Σ** = {T,C}
- FUNZIONE: **δ:** Q x Σ → Q (***) δ(**q**, a) = **q**
- STATO Iniziale $\mathbf{q_0}$ ∈ Q = Inizio
- STATI FINALI **F** ⊆ Q= {Inizio}

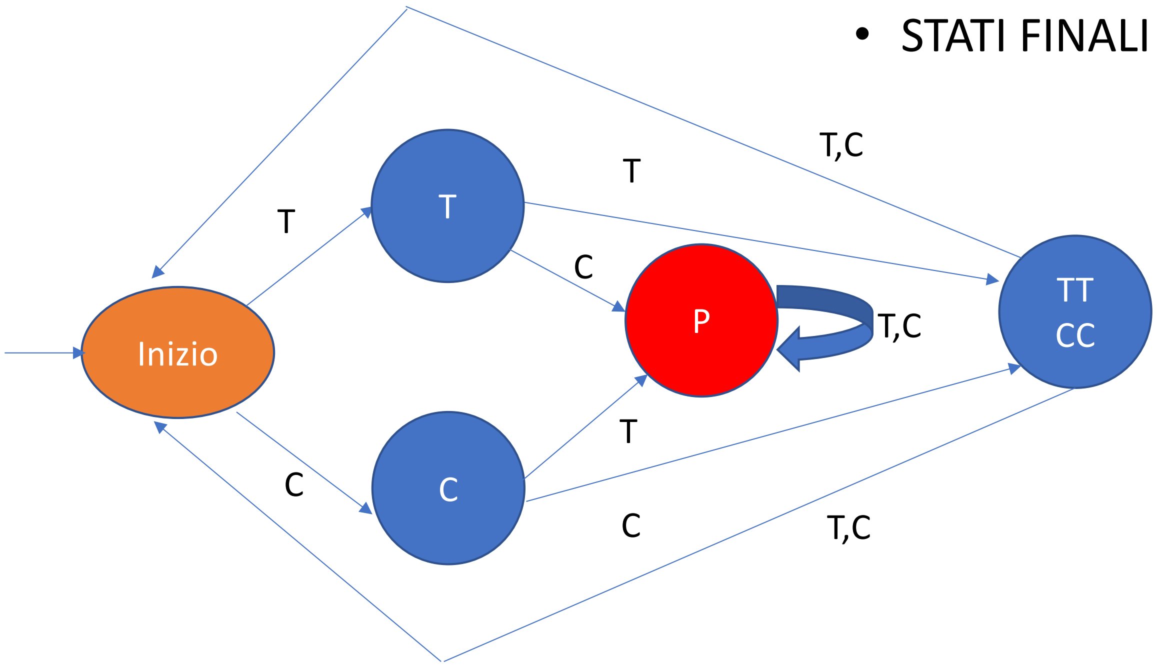


Gli automi riconoscono
linguaggi L ⊆ **Σ***
Nel nostro esempio il linguaggio L'
delle sequenze
di triplette corrette

L' = {w in {T,C}* | w = ε oppure w =w_1…w_k con w_i =xxy e x,y in {T,C}}

COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: (Q, Σ, δ, q_0 , F)

- STATI **Q** = {**Inizio**, **T,C,TT/CC,P**}
- ALFABETO FINITO **Σ** = {T,C}
- FUNZIONE: **δ:** Q x Σ → Q
- STATO Iniziale $q_0 \in Q$ = Inizio
- STATI FINALI **F** ⊆ Q= {Inizio}

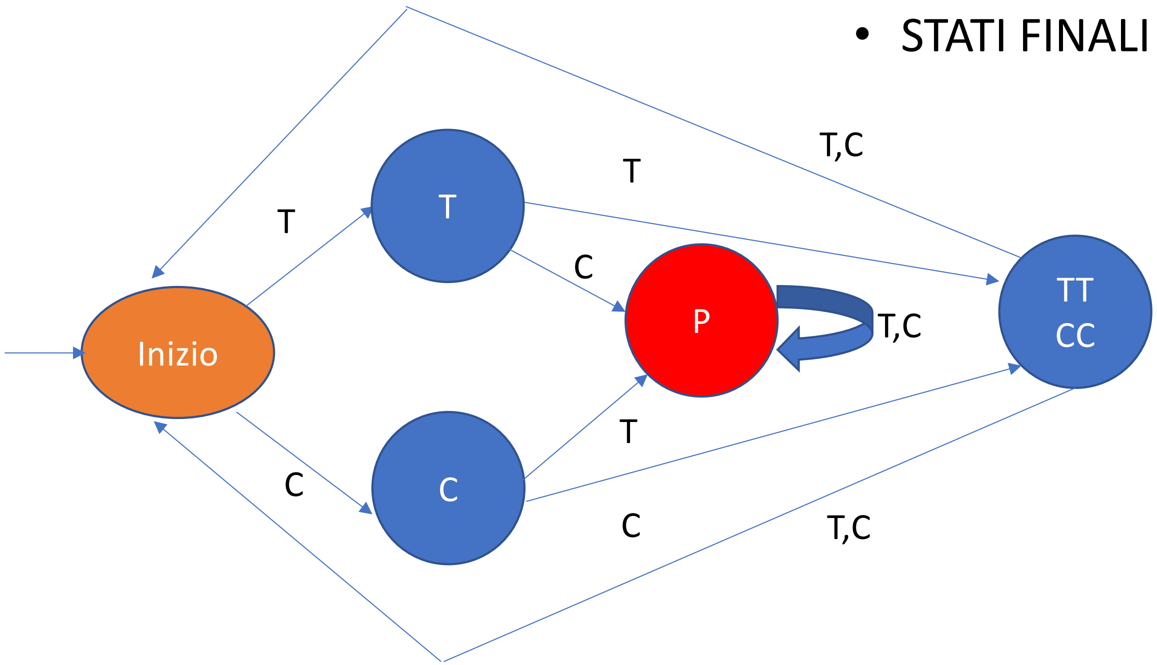


δ: Q x Σ → Q **FUNZIONE DI TRANSIZIONE**

- δ(**Inizio**, T) = **T**
- δ(**Inizio**, C) = **C**
- δ(**T**, T) = **TT/CC**
- δ(**T**, C) = **P**
- δ(**C**, C) = **TT/CC**
- δ(**C**, T) = **P**
- δ(**TT/CC**, T) = **Inizio**
- δ(**TT/CC**, C) = **Inizio**
- δ(**P**, C) = **P**
- δ(**P**, T) = **P**

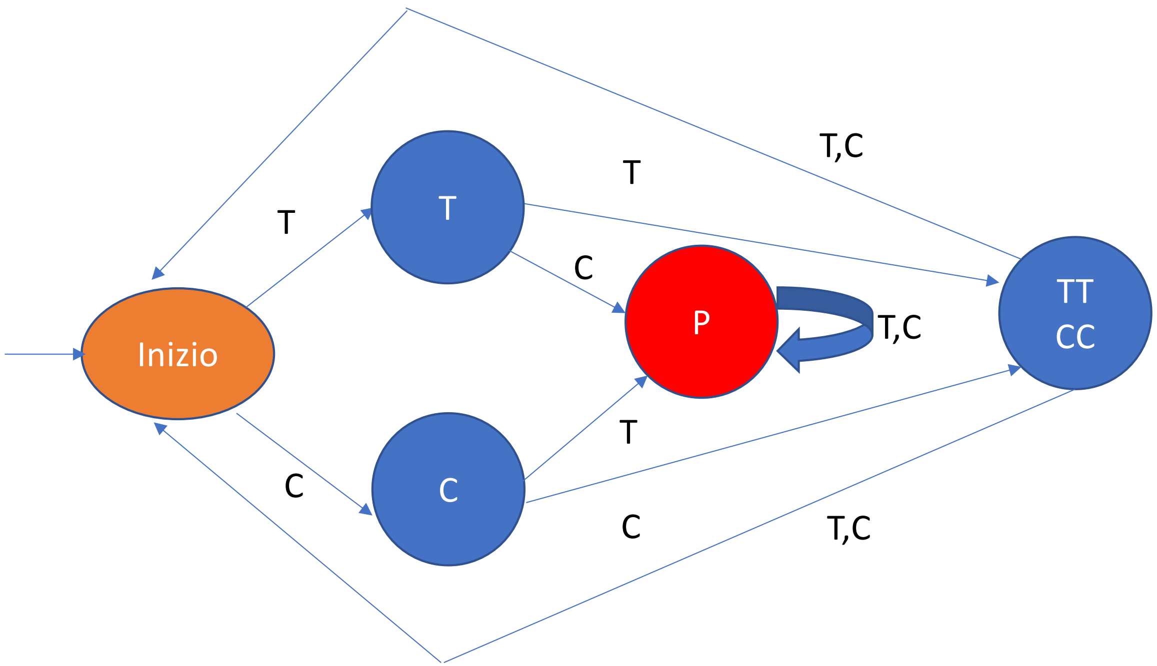
COSA CI SERVE PER DEFINIRE UN AUTOMA: (Q, Σ, δ, q_0 , F)

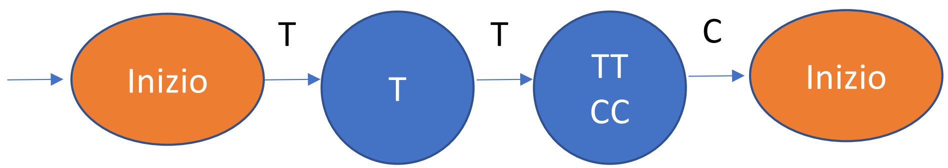
- STATI **Q** = {**Inizio**, **T,C,TT/CC,P**}
- ALFABETO FINITO **Σ** = {T,C}
- FUNZIONE: **δ:** Q x Σ → Q
- STATO Iniziale q_0 ∈ Q = Inizio
- STATI FINALI **F** ⊆ Q= {Inizio}



	δ	T	C
* →	Inizio	T	C
	T	TT/CC	P
	C	P	TT/CC
	TT/CC	Inizio	Inizio
	P	P	P

FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva





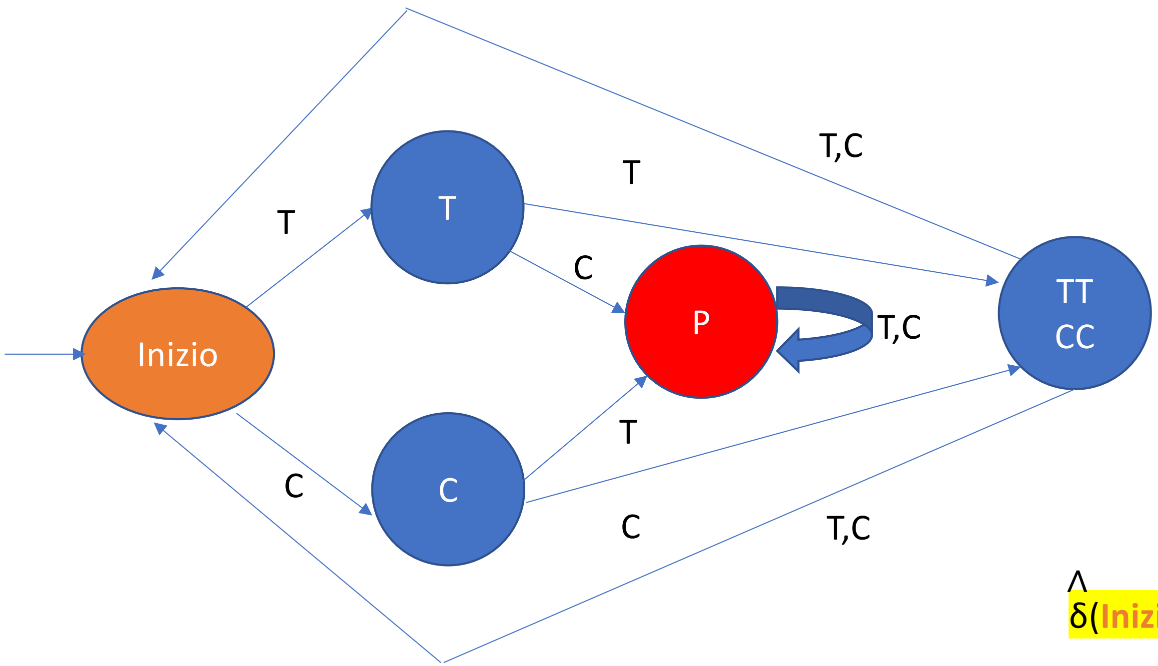
$\hat{\boldsymbol{\delta}}$**:** $Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$
x in Σ^*, a in Σ

- La funzione di transizione estesa $\hat{\delta}$ opera su stati e stringhe (invece che su stati e simboli)
- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



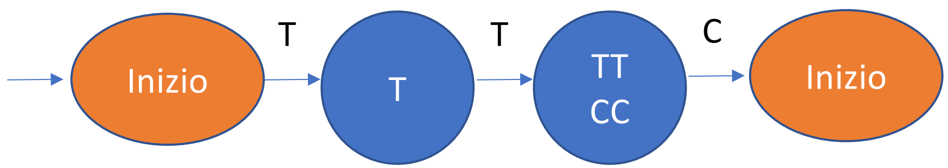
$\hat{\delta}$**:** Q x Σ^* → Q

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

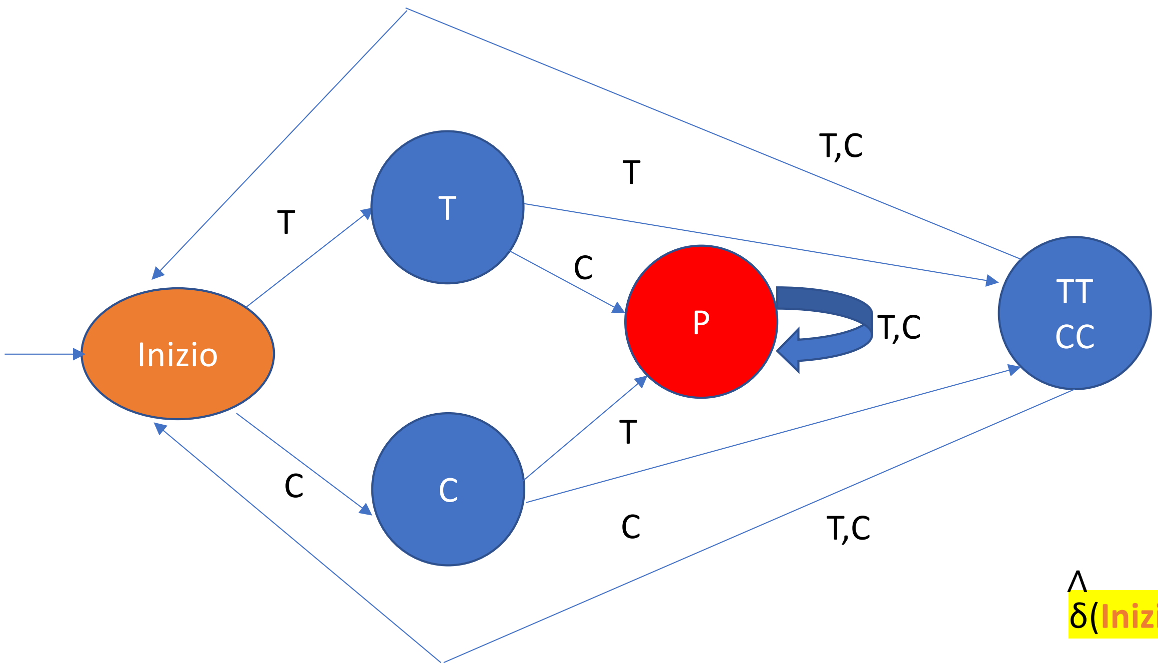
Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$
x in Σ^*, a in Σ

- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

$\hat{\delta}$(Inizio, TTC) =



FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



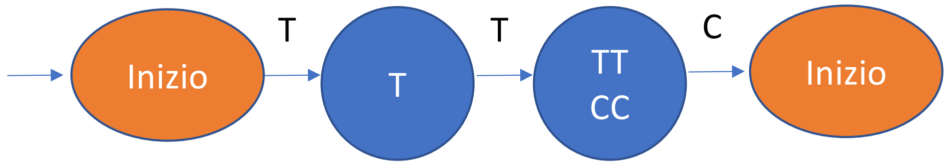
$\hat{\delta}$**:** Q x Σ* → Q

Base: $\hat{\delta}$(**q**, ε) = **q**

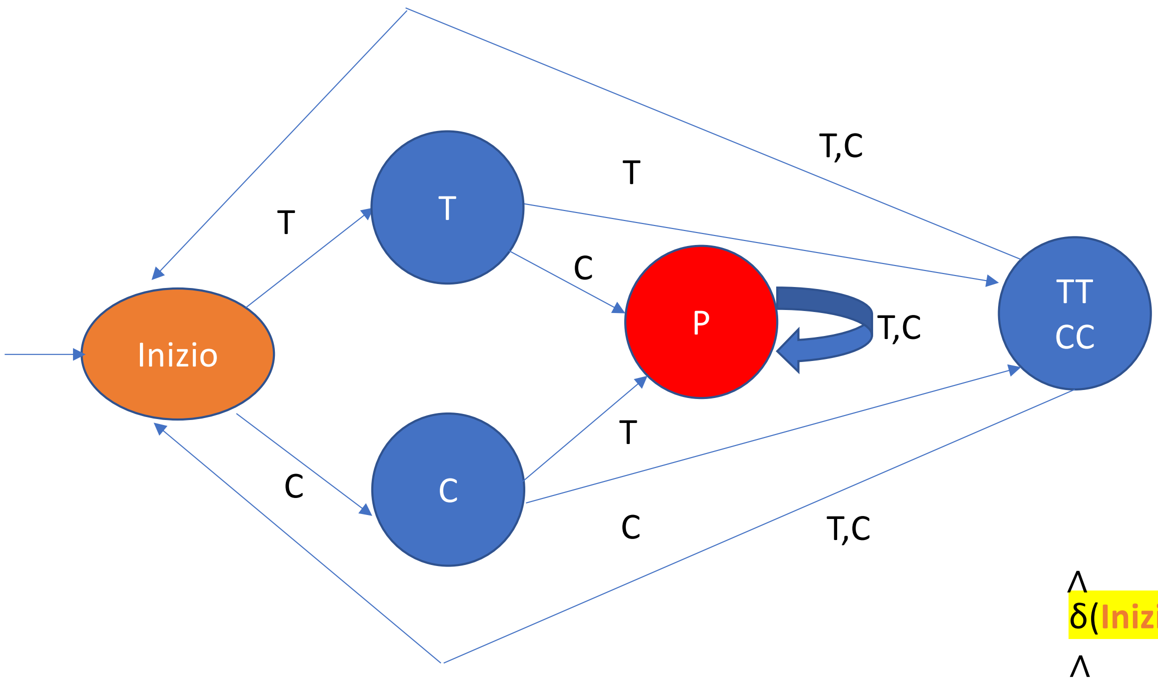
Induzione: $\hat{\delta}$(**q**, xa) = δ($\hat{\delta}$(**q**, x),a)
x in Σ*, a in Σ

- $\hat{\delta}$(q,w) = p denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

$\hat{\delta}$(Inizio, TTC) = δ($\hat{\delta}$(Inizio, TT),C) =



FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



$\hat{\boldsymbol{\delta}}$**:** $Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

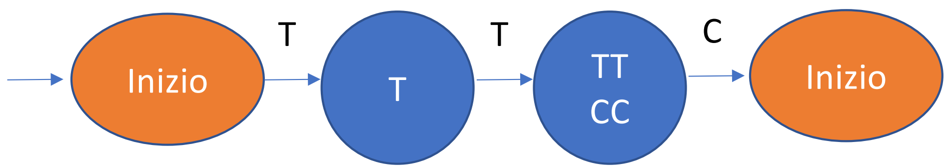
Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$
x in Σ^*, a in Σ

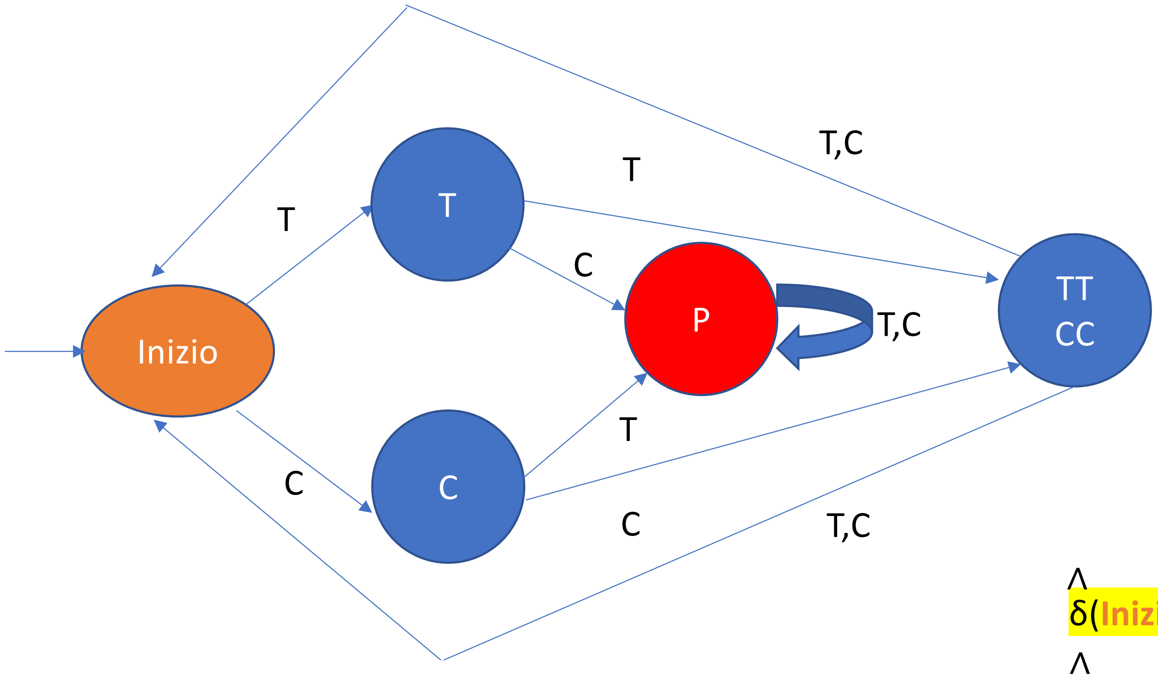
- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

$\hat{\delta}$(Inizio, TTC) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, TT),C) =

$\hat{\delta}$(Inizio, TT) =



FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



$\hat{\delta}$**:** $Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

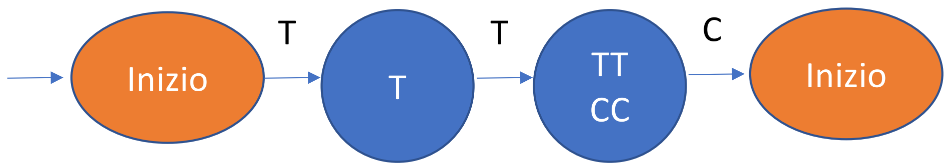
Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$
x in Σ^*, a in Σ

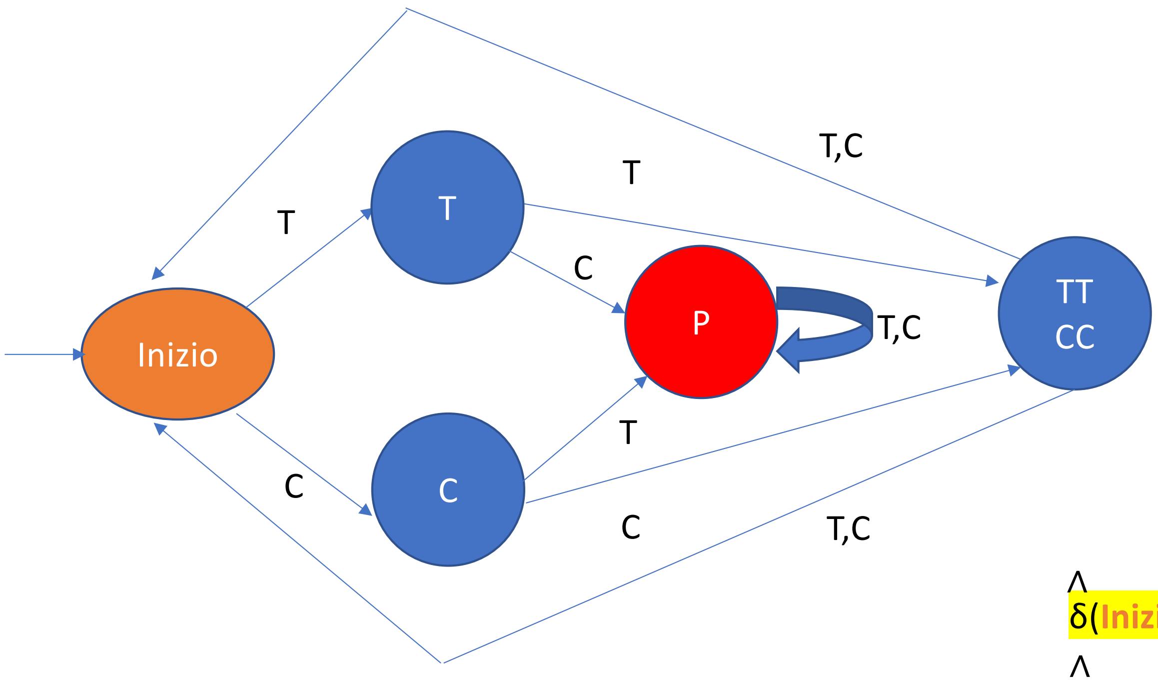
- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, TTC) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, TT), C) =$

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, TT) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, T), T) =$



FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



$\hat{\delta}$: Q x Σ* → Q

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

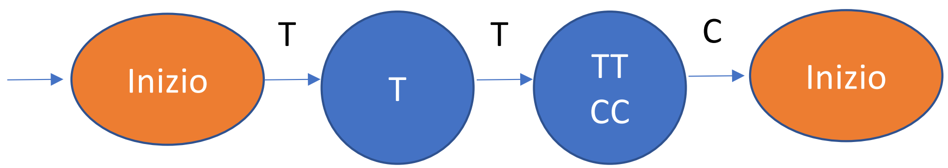
Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x),a)$
x in Σ*, a in Σ

- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

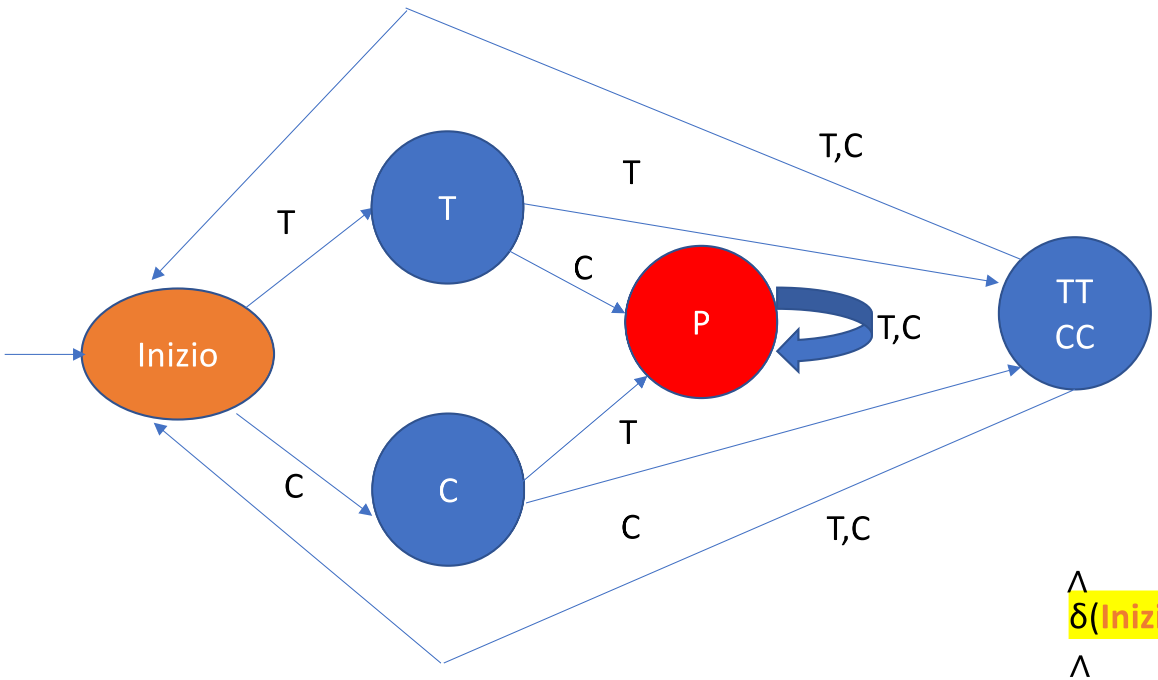
$\hat{\delta}$(Inizio, TTC) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, TT),C) =

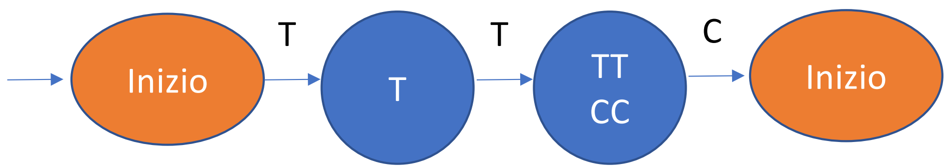
$\hat{\delta}$(Inizio, TT) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, T),T) =

$\hat{\delta}$(Inizio, T) =



FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva





$\hat{\boldsymbol{\delta}}$**:** $Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$
x in Σ^*, a in Σ

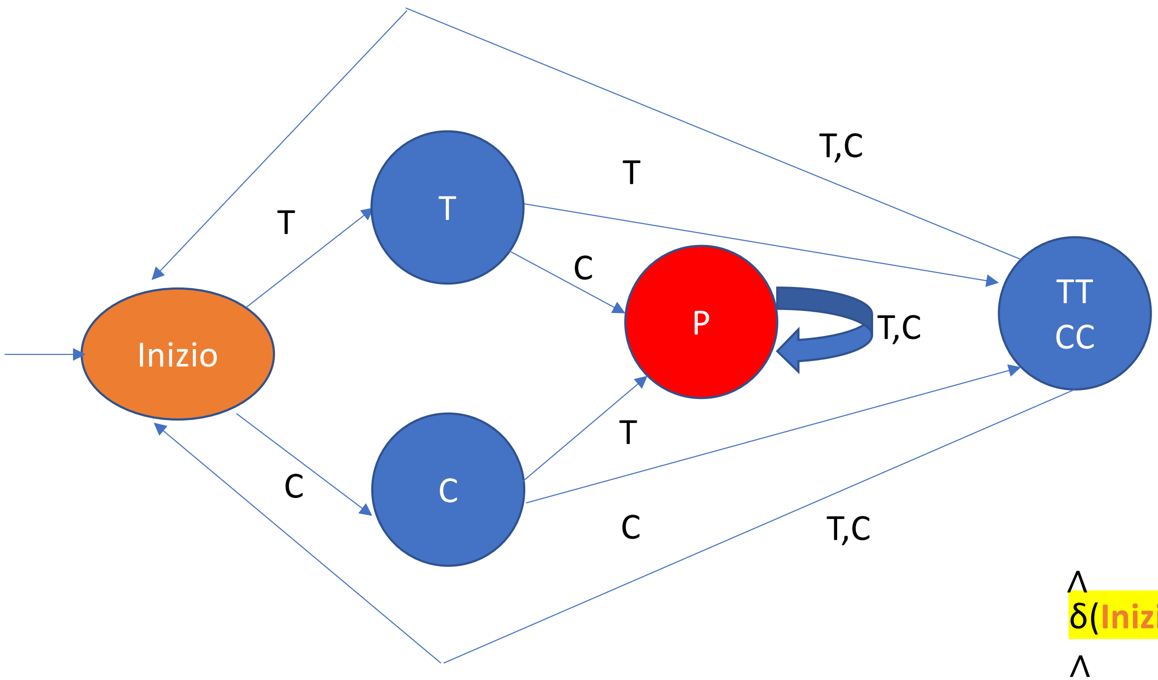
- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

$\hat{\delta}$(Inizio, TTC) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, TT),C) =

$\hat{\delta}$(Inizio, TT) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, T),T) =

$\hat{\delta}$(Inizio, T) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, ε),T) =

FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



$\hat{\delta}$: Q x Σ* → Q

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$
x in Σ*, a in Σ

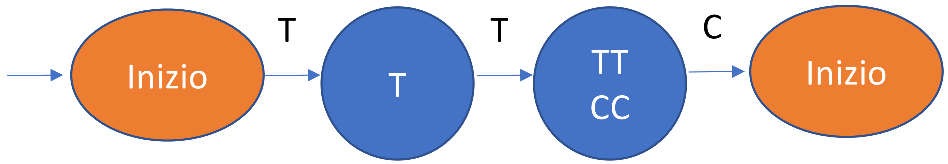
- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, TTC) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, TT), C) =$

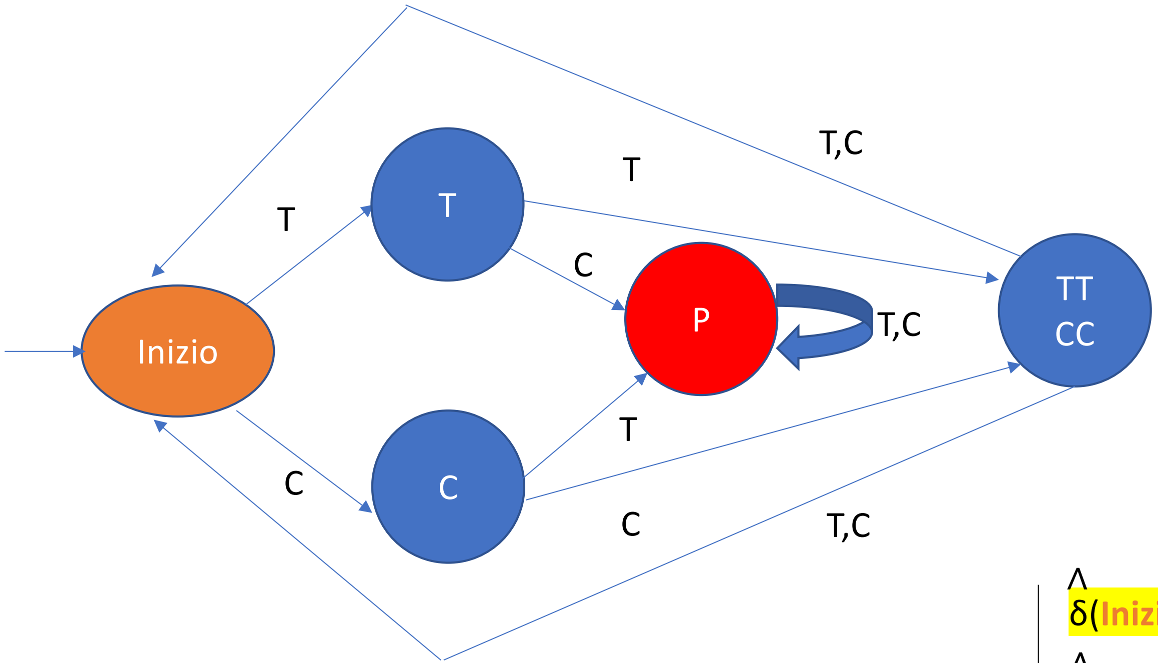
$\hat{\delta}(\text{Inizio}, TT) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, T), T) =$

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, T) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), T) =$

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) =$



FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



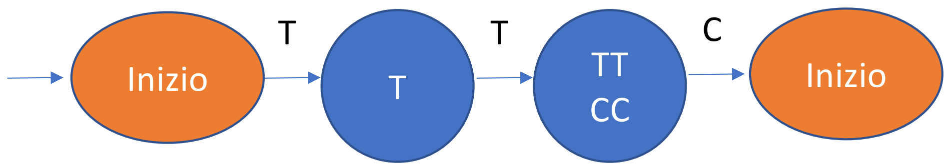
$\hat{\boldsymbol{\delta}}$**:** $Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$

x in Σ^*, a in Σ

- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w



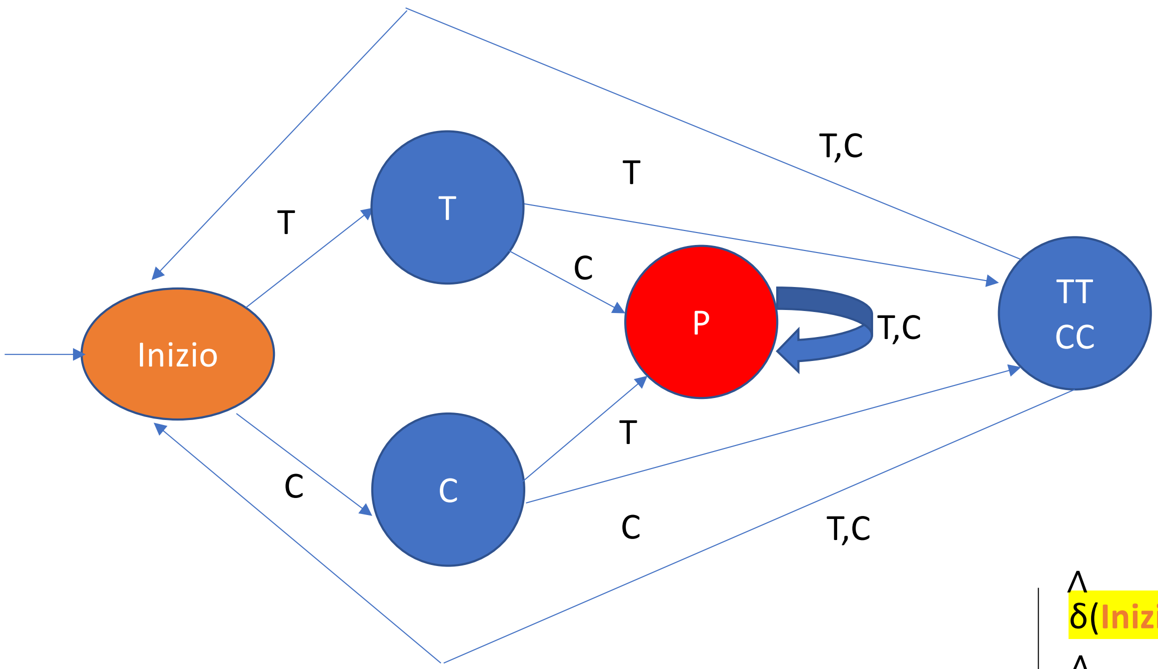
$\hat{\delta}$(Inizio, TTC) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, TT),C) =

$\hat{\delta}$(Inizio, TT) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, T),T) =

$\hat{\delta}$(Inizio, T) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, ε),T) =

$\hat{\delta}$(Inizio, ε) = Inizio

FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva

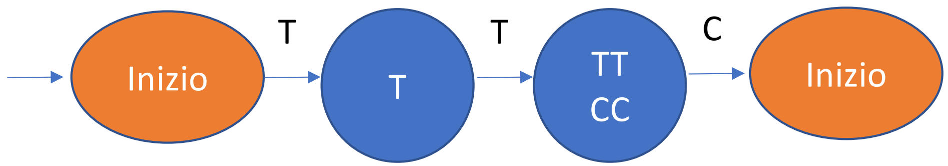


$\hat{\delta}$: Q x Σ* → Q

Base: $\hat{\delta}$(**q**, ε) = **q**

Induzione: $\hat{\delta}$(**q**, xa) = δ($\hat{\delta}$(**q**, x),a)
x in Σ*, a in Σ

- $\hat{\delta}$(q,w) = p denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w



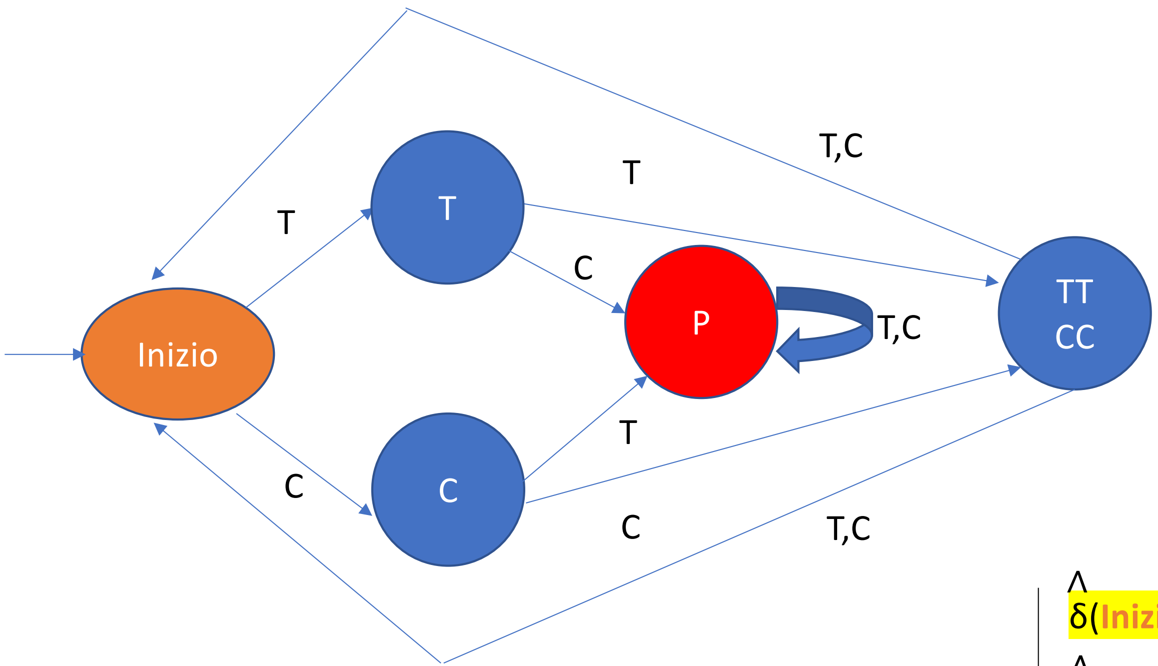
$\hat{\delta}$(Inizio, TTC) = δ($\hat{\delta}$(Inizio, TT),C) =

$\hat{\delta}$(Inizio, TT) = δ($\hat{\delta}$(Inizio, T),T) =

$\hat{\delta}$(Inizio, T) = δ($\hat{\delta}$(Inizio, ε),T) = δ(Inizio, T) = T

$\hat{\delta}$(Inizio, ε) = Inizio

FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva



$\hat{\boldsymbol{\delta}}$**:** $Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$

x in Σ^*, a in Σ

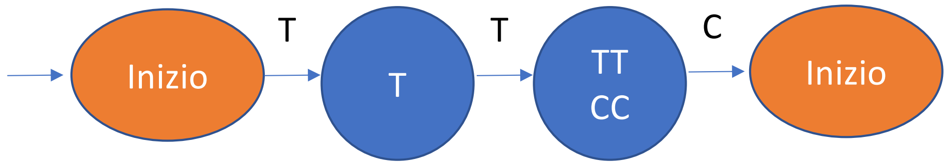
- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TTC}) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}),\text{C}) =$

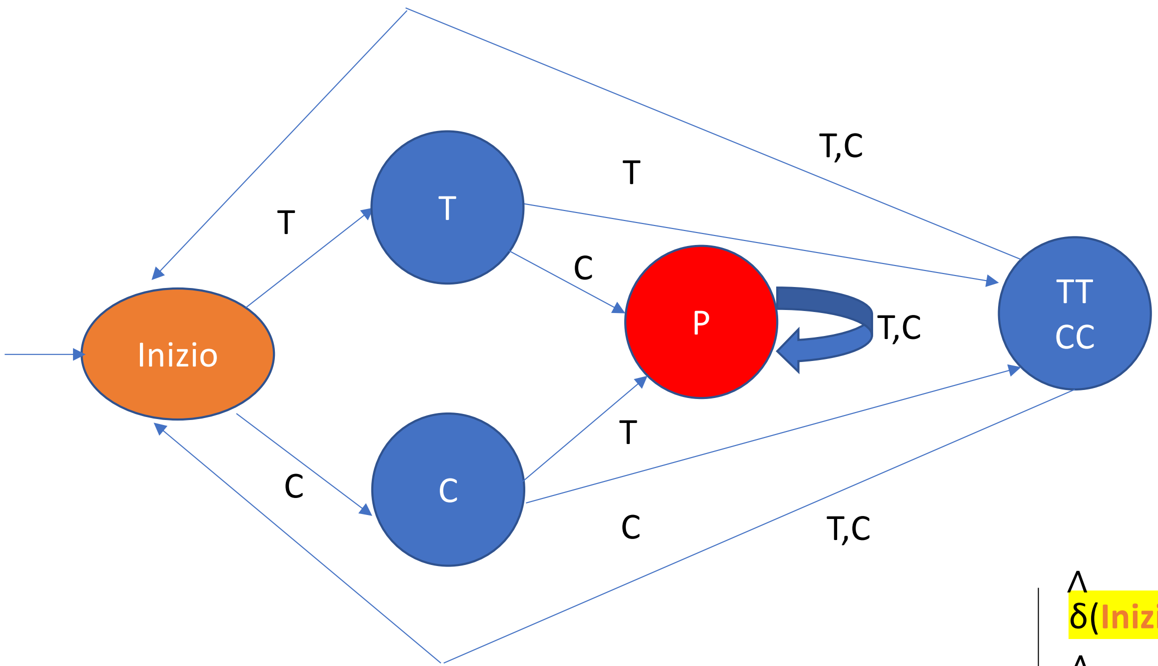
$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{TT}) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}),\text{T}) = \delta(\text{T}, \text{T}) = \text{TT/CC}$

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \text{T}) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon),\text{T}) = \delta(\text{Inizio}, \text{T}) = \text{T}$

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) = \text{Inizio}$



FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA: definizione induttiva

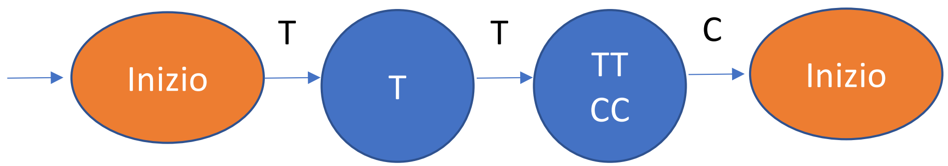


$\hat{\boldsymbol{\delta}}$**:** $Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$
x in Σ^*, a in Σ

- $\hat{\delta}(q,w) = p$ denota che p è lo stato raggiunto a partire da q quando si riceve in input uno ad uno i simboli di w



$\hat{\delta}$(Inizio, TTC) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, TT),C) = δ(TT/CC, T) = Inizio

$\hat{\delta}$(Inizio, TT) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, T),T) = δ(T, T) = TT/CC

$\hat{\delta}$(Inizio, T) = $\delta(\hat{\delta}$(Inizio, ε),T) = δ(Inizio, T) = T

$\hat{\delta}$(Inizio, ε) = Inizio

Definizioni induttive

$\hat{\delta}$

Base: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, \varepsilon) = \mathbf{q}$

Induzione: $\hat{\delta}(\mathbf{q}, xa) = \delta(\hat{\delta}(\mathbf{q}, x), a)$
x in Σ^*, a in Σ

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, TTC) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, TT), C) = \delta(TT/CC, T) = \text{Inizio}$

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, TT) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, T), T) = \delta(T, T) = TT/CC$

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, T) = \delta(\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon), T) = \delta(\text{Inizio}, T) = T$

$\hat{\delta}(\text{Inizio}, \varepsilon) = \text{Inizio}$

Fattoriale

Base: 0! = 1

Induzione: n! = n x (n-1)!

3! = 3 x 2! = 3 x 2 = 6

2! = 2 x 1! = 2 x 1 = 2

1! = 1 x 0! = 1 x 1 = 1

0! = 1

PROBLEMA 4 Trovare il DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di zeri e un numero pari di uni (compresa quindi la stringa vuota)

$$L_{pari} = \{w \text{ in } \{0,1\}^* \mid w = \varepsilon \text{ oppure } |w|_0 \text{ e } |w|_1 \text{ sono pari}\}$$

Numero di 0 (1) nella stringa w

PROBLEMA 4 Trovare il DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di zeri e un numero pari di uni (compresa quindi la stringa vuota)

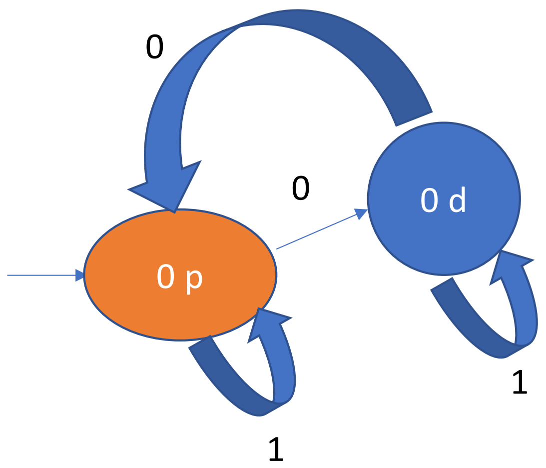
$$L_{pari} = \{w \text{ in } \{0,1\}^* \mid w = \varepsilon \text{ oppure } |w|_0 \text{ e } |w|_1 \text{ sono pari}\}$$

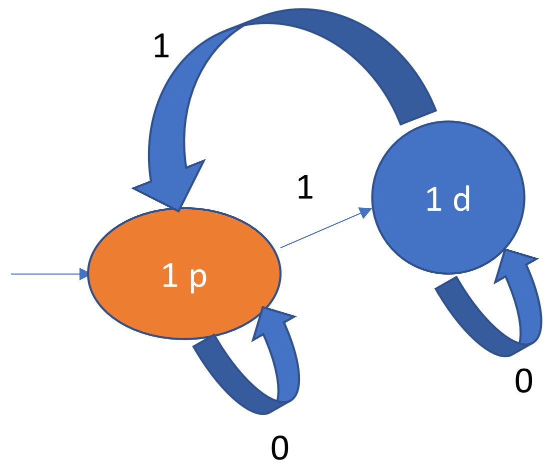
Numero di 0 (1) nella stringa w

Cominciamo da un problema più semplice

PROBLEMA 5 Trovare il DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di zeri e un DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di uni (compresa quindi la stringa vuota)

$$L_{0pari} = \{w \text{ in } \{0,1\}^* \mid w = \varepsilon \text{ oppure } |w|_0 \text{ è pari}\} \text{ e } L_{1pari} = \{w \text{ in } \{0,1\}^* \mid w = \varepsilon \text{ oppure } |w|_1 \text{ è pari}\}$$

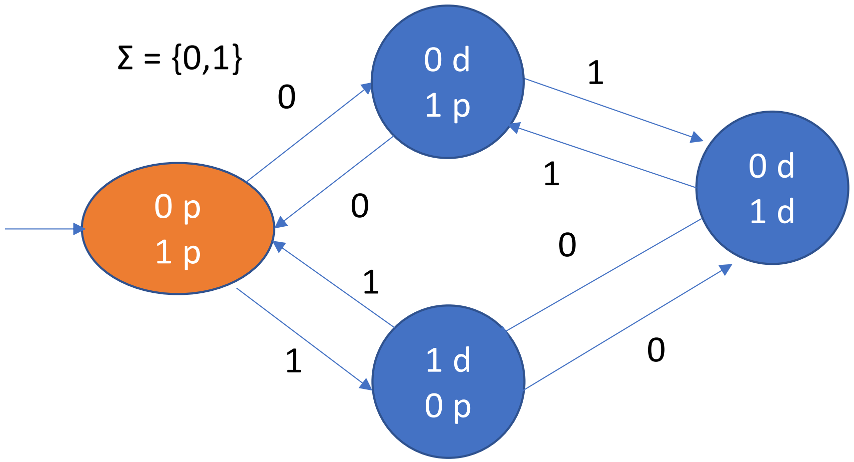




PROBLEMA 4 Trovare il DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di zeri e un numero pari di uni (compresa quindi la stringa vuota)

$$L_{pari} = \{w \text{ in } \{0,1\}^* \mid w = \varepsilon \text{ oppure } |w|_0 \text{ e } |w|_1 \text{ sono pari}\}$$

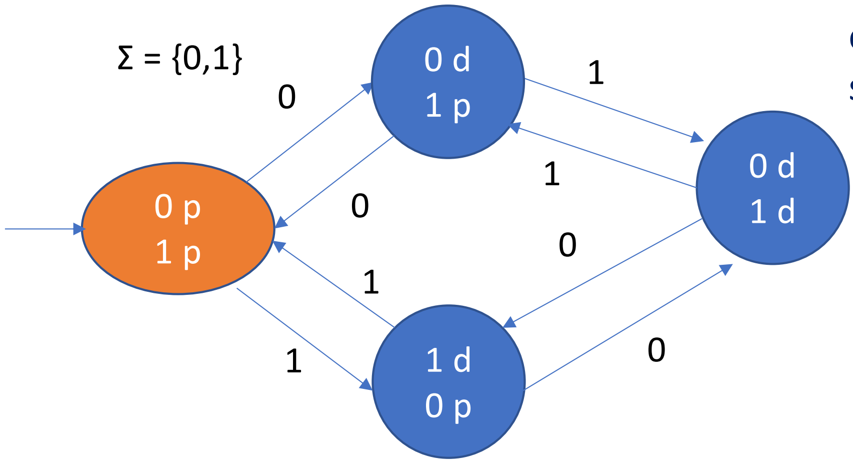
Numero di 0 (1) nella stringa w

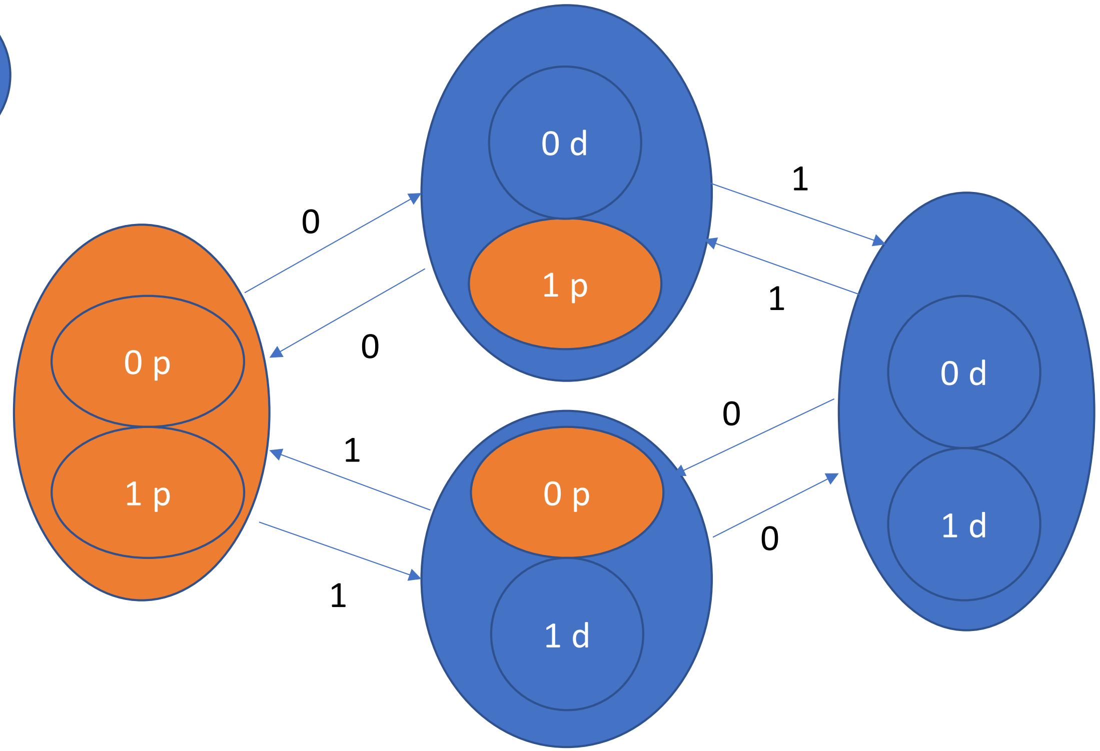


PROBLEMA 4 Trovare il DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di zeri e un numero pari di uni (compresa quindi la stringa vuota)

$L_{pari} = \{w \text{ in } \{0,1\}^* \mid w = \varepsilon \text{ oppure } |w|_0 \text{ e } |w|_1 \text{ sono pari}\}$

A ben vedere $\mathbf{L_{pari} = L_{0pari} \cap L_{1pari}}$
e gli stati sono coppie fatte con gli
stati dei due sottolinguaggi

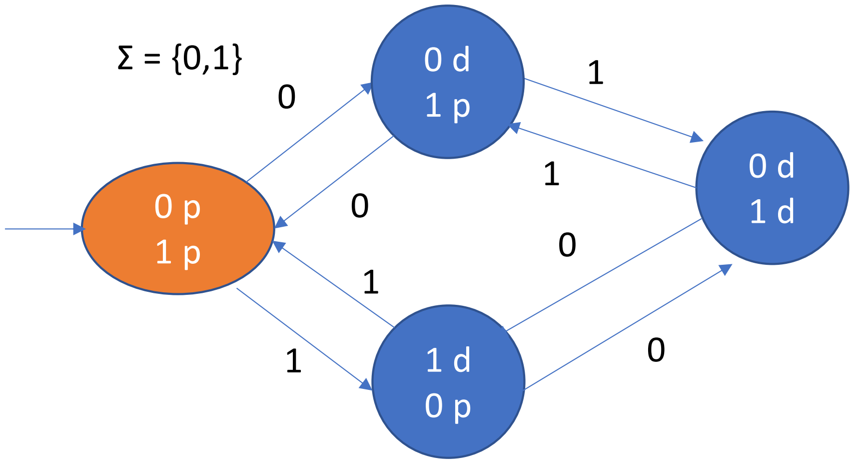




PROBLEMA 4 Trovare il DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di zeri e un numero pari di uni (compresa quindi la stringa vuota)

$$L_{pari} = \{w \text{ in } \{0,1\}^* \mid w = \varepsilon \text{ oppure } |w|_0 \text{ e } |w|_1 \text{ sono pari}\}$$

Numero di 0 (1) nella stringa w

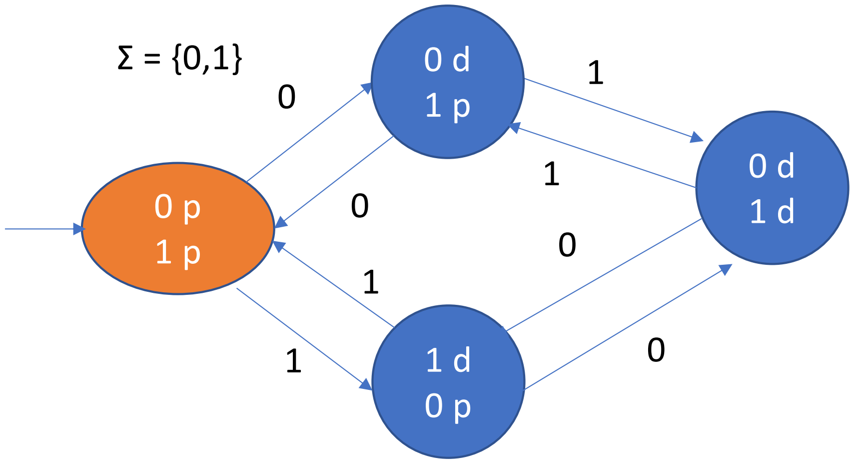


w = 0010 viene accettata

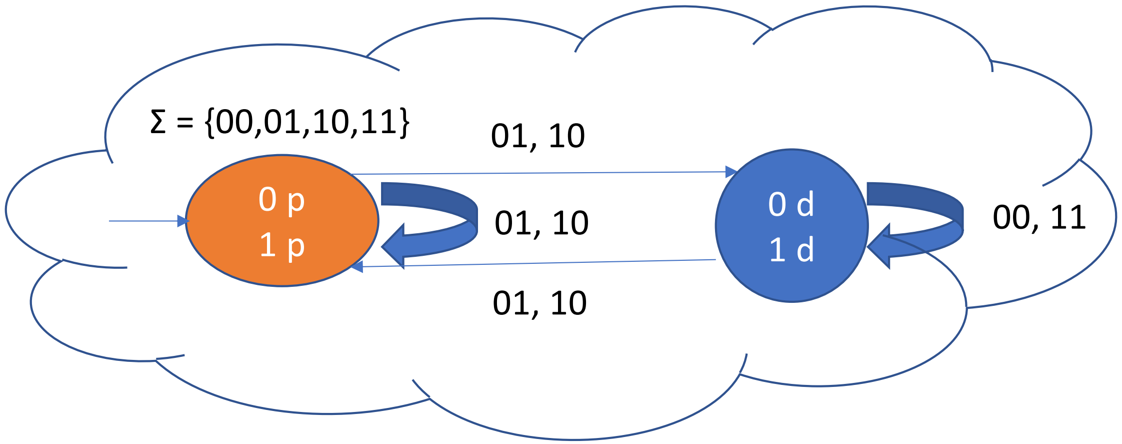
PROBLEMA 4 Trovare il DFA che accetta tutte e sole le stringhe con un numero pari di zeri e un numero pari di uni (compresa quindi la stringa vuota)

L_{pari} = {w in {0,1}* | w = ε oppure $|w|_0$ e $|w|_1$ sono pari}

Numero di 0 (1) nella stringa w

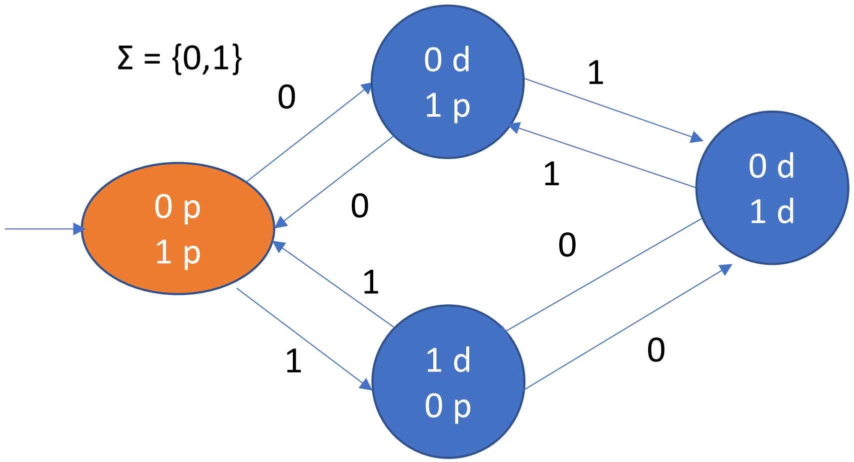


w = 0010 viene accettata



PROBLEMA 4 Trovare il programma C che (i) legge una sequenza di 0 e 1 fino ad un numero che indica la fine (ad esempio 3) e (ii) restituisce **true** se la sequenza ha un numero pari di zeri e un numero pari di uni e **false** altrimenti.

$\Sigma = \{0,1\}$



$\dot{w} = 0010$

Confrontate le due soluzioni

```
...
{
PariZeri = 0;
scanf("%d",&corrente);
while (corrente != 3)
 {
   scanf(..., &corrente);
   if corrente == 0
   PariZeri = !PariZeri;
  }
return PariZeri;
}
```

```
...
{
somma = 0;
scanf("%d",&corrente);
while (corrente != 3)
  {
  scanf(..., &corrente);
   somma == somma + corrente;
  }
PariZeri = pari(somma);
return PariZeri;
}
```

Il problema è aritmetico o booleano?