

# Esercizi di Programmazione Lineare Intera

Trovare la soluzione ottima del rilassamento continuo e calcolare i corrispondenti tagli di Gomory per ciascuno dei seguenti problemi di programmazione lineare intera.

**Esercizio 1.**

$$\begin{cases} \min 5 x_1 + 14 x_2 \\ 16 x_1 + 13 x_2 \geq 62 \\ 6 x_1 + 15 x_2 \geq 52 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

**Esercizio 2.**

$$\begin{cases} \min 13 x_1 + 6 x_2 \\ 16 x_1 + 9 x_2 \geq 50 \\ 18 x_1 + 19 x_2 \geq 61 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

**Esercizio 3.**

$$\begin{cases} \max 9 x_1 + 14 x_2 \\ 17 x_1 + 12 x_2 \leq 61 \\ 11 x_1 + 14 x_2 \leq 52 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

**Esercizio 4.**

$$\begin{cases} \max 10 x_1 + 5 x_2 \\ 8 x_1 + 5 x_2 \leq 43 \\ 5 x_1 + 12 x_2 \leq 51 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

**Esercizio 5.**

$$\begin{cases} \max 8 x_1 + 6 x_2 \\ 12 x_1 + 6 x_2 \leq 55 \\ 6 x_1 + 8 x_2 \leq 65 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Per ciascuno dei problemi dello zaino binario riportati sotto, rispondere alle seguenti domande:

- Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy basato sui rendimenti.
- Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.
- Trovare una soluzione ottima del problema applicando il metodo *Branch and Bound*. In ogni nodo dell'albero risolvere il rilassamento continuo ed istanziare l'eventuale variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento. Effettuare la visita dell'albero in ampiezza.

**Esercizio 6.**

|         |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|
| Oggetti | 1  | 2  | 3  | 4  |
| Valori  | 15 | 11 | 20 | 10 |
| Pesi    | 5  | 2  | 3  | 4  |

Capacità = 8

**Esercizio 7.**

|         |    |    |    |   |
|---------|----|----|----|---|
| Oggetti | 1  | 2  | 3  | 4 |
| Valori  | 16 | 12 | 11 | 7 |
| Pesi    | 6  | 5  | 3  | 2 |

Capacità = 8

**Esercizio 8.**

|         |    |    |    |   |
|---------|----|----|----|---|
| Oggetti | 1  | 2  | 3  | 4 |
| Valori  | 11 | 23 | 18 | 6 |
| Pesi    | 7  | 6  | 3  | 2 |

Capacità = 8

**Esercizio 9.**

|         |    |   |    |    |
|---------|----|---|----|----|
| Oggetti | 1  | 2 | 3  | 4  |
| Valori  | 13 | 5 | 18 | 11 |
| Pesi    | 5  | 4 | 3  | 2  |

Capacità = 8

**Esercizio 10.**

|         |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|
| Oggetti | 1  | 2  | 3  | 4  |
| Valori  | 16 | 17 | 21 | 23 |
| Pesi    | 5  | 3  | 6  | 2  |

Capacità = 8

**Esercizio 11.** Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

| città | 2  | 3  | 4  | 5  |
|-------|----|----|----|----|
| 1     | 20 | 31 | 24 | 12 |
| 2     |    | 28 | 29 | 8  |
| 3     |    |    | 26 | 21 |
| 4     |    |    |    | 22 |

- Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5-albero di costo minimo.
- Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 2.
- Applicare il metodo *Branch and Bound*, utilizzando il 5-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili  $x_{12}$ ,  $x_{15}$ ,  $x_{25}$ . Effettuare la visita dell'albero in ampiezza.

**Esercizio 12.** Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

| città | 2  | 3  | 4  | 5  |
|-------|----|----|----|----|
| 1     | 26 | 18 | 14 | 15 |
| 2     |    | 12 | 13 | 19 |
| 3     |    |    | 11 | 16 |
| 4     |    |    |    | 24 |

- Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 2–albero di costo minimo.
- Trovare una valutazione superiore applicando l’algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 1.
- Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 2–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell’ordine, le variabili  $x_{12}$ ,  $x_{24}$ ,  $x_{34}$ . Effettuare la visita dell’albero in ampiezza.

**Esercizio 13.** Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

| città | 2  | 3  | 4  | 5  |
|-------|----|----|----|----|
| 1     | 30 | 35 | 32 | 25 |
| 2     |    | 28 | 33 | 26 |
| 3     |    |    | 24 | 16 |
| 4     |    |    |    | 12 |

- Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5–albero di costo minimo.
- Trovare una valutazione superiore applicando l’algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 4.
- Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 5–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell’ordine, le variabili  $x_{34}$ ,  $x_{35}$ ,  $x_{45}$ . Effettuare la visita dell’albero in ampiezza.

**Esercizio 14.** Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

| città | 2  | 3  | 4  | 5  |
|-------|----|----|----|----|
| 1     | 14 | 16 | 34 | 18 |
| 2     |    | 20 | 35 | 21 |
| 3     |    |    | 22 | 19 |
| 4     |    |    |    | 17 |

- Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5–albero di costo minimo.
- Trovare una valutazione superiore applicando l’algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 3.
- Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 5–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell’ordine, le variabili  $x_{12}$ ,  $x_{14}$ ,  $x_{24}$ . Effettuare la visita dell’albero in ampiezza.

**Esercizio 15.** Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

| città | 2  | 3  | 4  | 5  |
|-------|----|----|----|----|
| 1     | 12 | 20 | 19 | 7  |
| 2     |    | 18 | 28 | 11 |
| 3     |    |    | 16 | 14 |
| 4     |    |    |    | 27 |

- Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 4–albero di costo minimo.
- Trovare una valutazione superiore applicando l’algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 2.
- Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 4–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell’ordine, le variabili  $x_{14}$ ,  $x_{24}$ ,  $x_{45}$ . Effettuare la visita dell’albero in ampiezza.