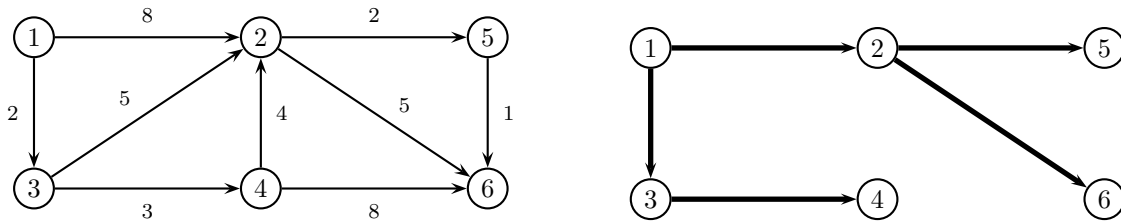


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2021/22)

Per ciascun esercizio si individuino l'eventuale correttezza dell'affermazione a), l'unica risposta corretta alle domande b), c), d) e si risponda alla domanda finale e).

1) Si consideri il problema dell'albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo di sinistra:



a) La seguente affermazione sull'albero a destra è corretta?

A $d = (0, 8, 2, 5, 10, 13)$ è il vettore delle etichette relative all'albero vero

b) Quale coppia di archi soddisfa la corrispondente condizione di Bellman?

I $(4, 6), (3, 2)$ II $(4, 2), (5, 6)$ III $(4, 2), (4, 6)$

c) Quale coppia di archi fa parte di un albero dei cammini minimi?

I $(4, 2), (4, 6)$ II $(3, 2), (5, 6)$ III $(1, 2), (1, 3)$

d) Qual è il costo del cammino di costo minimo da 1 a 6?

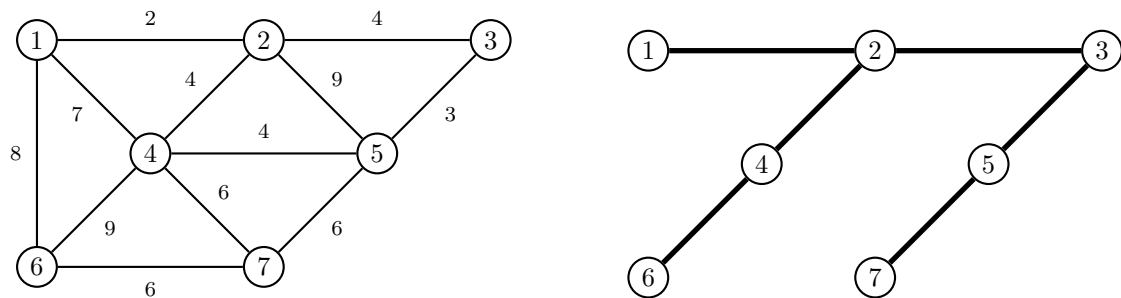
I 13 II 11 III 10

e) Quali costi è sufficiente modificare (e come) affinché l'albero a destra sia un albero dei cammini minimi? Giustificare la risposta.

$c_{32} \geq 6$ e $c_{56} \geq 3$: anche gli archi $(3, 2)$ e $(5, 6)$ soddisfano le condizioni di Bellman

esistono altre scelte corrette

2) Si consideri il problema dell'albero di copertura di costo minimo sul grafo di sinistra:



a) La seguente affermazione è corretta?

A Nel grafo non esistono altri alberi di copertura che hanno lo stesso costo di quello a destra falso

b) Quali archi non soddisfano la condizione di ottimalità per cicli?

I nessuno II $(1, 6), (6, 7)$ III $(1, 6), (4, 5)$

c) Quali archi non soddisfano la condizione di ottimalità per tagli?

- I nessuno II (4, 6), (5, 7) III (4, 6)

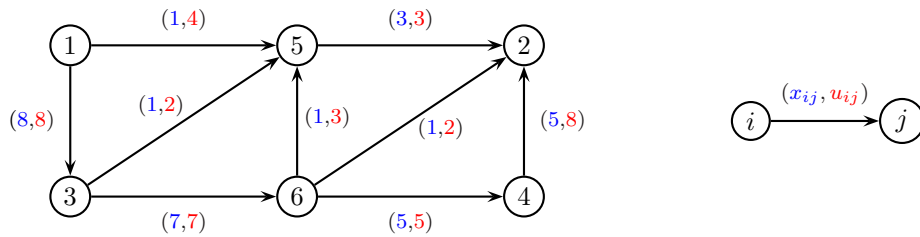
d) Qual è il costo di un albero di copertura di costo minimo?

- I 28 II 25 III 24

e) Modificare il costo di un solo arco in modo tale che l'albero a destra sia un albero di costo minimo. Giustificare la risposta.

$c_{46} \leq 6$ è indispensabile affinché che anche l'arco (4, 6) soddisfi la condizione di ottimalità per tagli

3) Si consideri il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 2 sul grafo seguente:



a) La seguente affermazione è corretta?

- A La capacità del taglio $(\{1, 5\}, \{2, 3, 4, 6\})$ è 16 falso

b) Quale dei seguenti è un cammino aumentante?

- I {1, 5, 6, 2} II {1, 5, 2} III {1, 5, 3}

c) Qual è il taglio di capacità minima individuato dall'algoritmo di Edmonds-Karp?

- I $(\{1, 5\}, \{2, 3, 4, 6\})$ II $(\{1, 3, 5, 6\}, \{2, 4\})$ III $(\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\})$

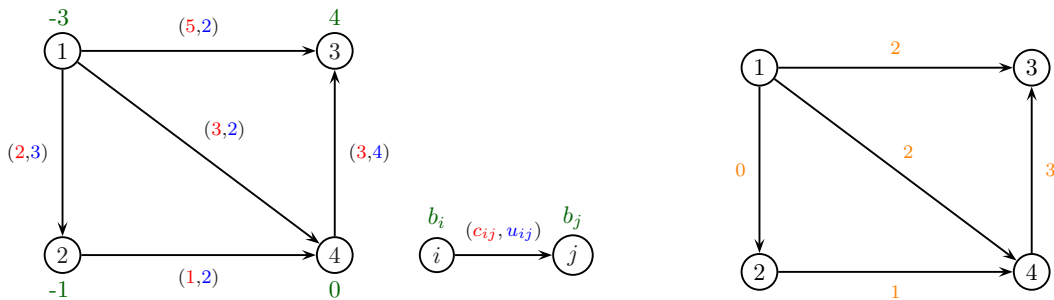
d) Qual è il valore del flusso massimo?

- I 10 II 11 III 16

e) Modificare la capacità di un solo arco in modo tale che il flusso massimo abbia valore 12. Giustificare la risposta.

$c_{52} = 5$: (5, 2) è l'unico arco diretto in entrambi i tagli di capacità minima $(\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\})$ e $(\{1, 3, 5, 6\}, \{2, 4\})$ che rimangono tali anche aumentando di 2 unità la capacità dell'arco

4) Si considerino il problema di flusso di costo minimo sul grafo di sinistra e lo pseudoflusso x riportato a destra:



a) La seguente affermazione è corretta?

A Il vettore degli sbilanciamenti è $e_x = (-1, 0, 1, 0)$ e lo sbilanciamento complessivo è $g(x) = 1$ vero

b) Qual è la massima quantità di flusso inviabile sul cammino aumentante $\{3, 1\}$?

I 0 II 1 III 2

c) Quale dei seguenti è un cammino aumentante di costo minimo?

I $\{3, 1\}$ II $\{3, 4, 1\}$ III $\{1, 2, 4, 3\}$

d) Per quali valori del costo dell'arco $(2, 4)$ lo pseudoflusso risulta minimale?

I $c_{24} \geq 0$ II $c_{24} \geq 1$ III $c_{24} \leq 0$

e) Modificare i bilanci dei nodi in modo tale che lo pseudoflusso risulti essere un flusso ammissibile di costo minimo. Giustificare la risposta.

$b = (-4, -1, 5, 0)$ garantisce l'ammissibilità e la minimalità è preservata (non dipende da b)