RICERCA OPERATIVA (a.a. 2021/22)

1) *Eta Beta* ha appena finito di realizzare l'ultima versione del suo zaino *TiBag*. Sfruttando le ultime scoperte della fisica oortiana, lo zaino ha una capienza davvero portentosa. Infatti, è possibile configurare il suo interno attivando fino a m multiversi tridimensionali di volume apparentemente trascurabile ma in cui è possibile riporre oggetti anche molto voluminosi. La capacità originale dello zaino è C litri, il multiverso j ne fornisce ulteriori M_j ma la procedura per la sua attivazione richiede complesse trasformazioni fisiche di costo c_j.

In partenza per la fiera *Uomo del Futuro*, Eta Beta intende portare con sé, dentro al suo TiBag, alcuni dei suoi n articoli supertecnologi, che sono arbitrariamente deformabili ma di volume invariabile. L'articolo i ha volume v_i e valore di mercato b_i. Confidando nella loro qualità, Eta Beta è sicuro di vendere al valore di mercato tutti quelli che porterà.

Aiuta Eta Beta a preparare il suo viaggio, formulando in termini di P.L.I. il problema di decidere come configurare lo zaino TiBag, quali articoli portare alla fiera e come distribuirli all'interno dello zaino in modo da massimizzare il profitto atteso (dato dalla differenza tra il ricavo totale della vendita degli articoli ed i costi di attivazione dei multiversi).

Scelte le famiglia di variabili

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se l'articolo } i \text{ viene inserito nello spazio originale del TiBag,} \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{se il multiverso } j \text{ viene attivato,} \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases} \qquad i = 1, \dots, n, \; j = 1, \dots, m$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se l'articolo } i \text{ viene inserito nel multiverso } j, \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

parte della formulazione è data dai vincoli riportati qua sotto:

$$\max$$

$$\sum_{i=1}^{n} v_i x_i \le C$$

$$x_i, \; x_{ij}, \; y_j \in \{0, 1\} \qquad i = 1, \dots, n, \; j = 1, \dots, m.$$

Selezionare tra le funzioni obiettivo ed i vincoli seguenti tutti quelli che permettono di completare correttamente la formulazione.

A $\sum_{i=1}^{n} b_i \left(x_i + \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \right) - \sum_{j=1}^{m} c_j y_j$ (funzione obiettivo) — aggiungere

B $\sum_{i=1}^{n} b_i \left(\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \right) - \sum_{j=1}^{m} c_j y_j$ (funzione obiettivo) — non aggiungere

C $x_i + \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le 1 \quad i = 1, \dots, n$ — aggiungere

D $x_i \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 0 \quad i = 1, \dots, n$ — non aggiungere

E $x_i + x_{ij} \le 1 \quad i = 1, \dots, n, \; j = 1, \dots m$ — non aggiungere

F $\left(\sum_{i=1}^{n} v_i x_{ij} \right) y_j \le M_j \quad j = 1, \dots, m$ — non aggiungere

G $\sum_{i=1}^{n} v_i \left(x_i + x_{ij} \right) \le M_j y_j \quad j = 1, \dots, m$ — non aggiungere

H $\sum_{i=1}^{n} v_i x_{ij} \le M_j y_j \quad j = 1, \dots, m$ — aggiungere

2) Affascinato dal fantasmagorico zaino *TiBag* di Eta Beta, l'amministratore delegato della *Oort Cloud Faces* ne ha acquisito il brevetto e commissionato un urgente piano di produzione per gli n stabilimenti aziendali disseminati nei meandri della Nube. L'amministratore esige che ne siano prodotte almeno T unità e ha messo a disposizione un budget di K nugoli di platino. Il direttore generale *Atomino Bip Bip* stima in c_i nugoli il costo di produzione di un'unità nello stabilimento i, la cui capacità produttiva sarà u_i unità mentre non sarà tecnicamente possibile avviarvi la produzione per produrne meno di l_i.

Aiuta Atomino Bip Bip a determinare il piano di produzione, formulando in termini di P.L.I. il problema di decidere in quali stabilimenti produrre gli zaini TiBag e quanti produrne in ciascuno nel rispetto dei vincoli di budget e di produzione in modo da ripartire equamente il costo tra gli stabilimenti, cioè in modo da minimizzare la massima differenza tra i costi di produzione sostenuti nei vari stabilimenti.

Scelte le famiglie di variabili:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se gli zaini TiBag vengono prodotti nello stabilimento } i, \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases} \qquad i = 1, \ldots, n,$$

$$x_i = \text{unità di TiBag prodotte nello stabilimento } i,$$

parte della formulazione è data dalla funzione obiettivo e dai vincoli riportati sotto:

$$\min \quad z$$

$$\sum_{i=1}^{n} c_i\, x_i \leq K$$

$$y_i \in \{0, 1\},\ x_i \in \mathbb{Z}_+ \quad i = 1, \ldots, n,$$

dove la variabile ausiliaria z fornisce un'approssimazione superiore della massima differenza tra i costi di produzione.

Selezionare tra i vincoli seguenti tutti quelli che permettono di completare correttamente la formulazione.

A $c_i\, x_i - c_j x_j \leq z \quad i = 1, \ldots, n-1,\ j = i+1, \ldots, n$ — aggiungere

B $c_j\, x_j - c_i x_i \leq z \quad i = 1, \ldots, n-1,\ j = i+1, \ldots, n$ — aggiungere

C $l_i\, y_i \leq x_i\, y_i \quad i = 1, \ldots, n$ — non aggiungere

D $l_i\, y_i \leq x_i \quad i = 1, \ldots, n$ — aggiungere

E $x_i = u_i y_i \quad i = 1, \ldots, n$ — non aggiungere

F $x_i \leq u_i\, y_i \quad i = 1, \ldots, n$ — aggiungere

G $\sum_{i=1}^{n} x_i \geq T$ — aggiungere

H $\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i \geq T$ — non aggiungere