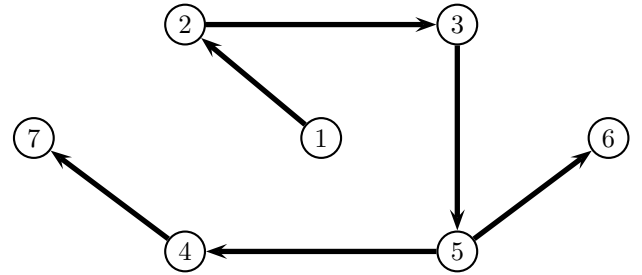
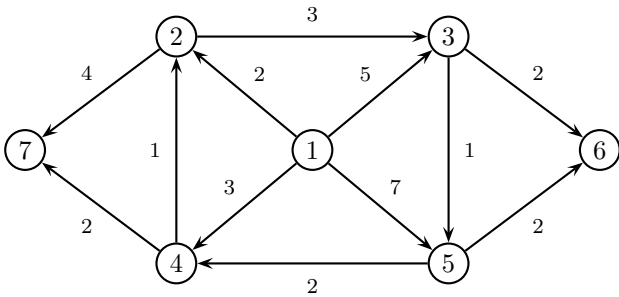


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2022/23)

Per ciascun esercizio si individuino l'eventuale correttezza dell'affermazione a), l'unica risposta corretta alle domande b), c), d) e si risponda alla domanda finale e).

1) Si consideri il problema dell'albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo di sinistra:



a) La seguente affermazione sull'albero a destra è corretta?

A $d = (0, 2, 5, 8, 6, 8, 10)$ è il vettore delle etichette relative all'albero

b) Qual è il costo dell'albero?

I 12

II 39

III 11

c) Qual è l'insieme di tutti gli archi che non soddisfano le corrispondenti condizioni di Bellman?

I $\{(1, 4), (2, 7), (3, 6)\}$

II $\{(1, 4), (3, 6)\}$

III $\{(1, 3), (1, 4), (3, 6)\}$

d) Qual è il minor numero di archi da sostituire nell'albero per ottenere un albero dei cammini minimi?

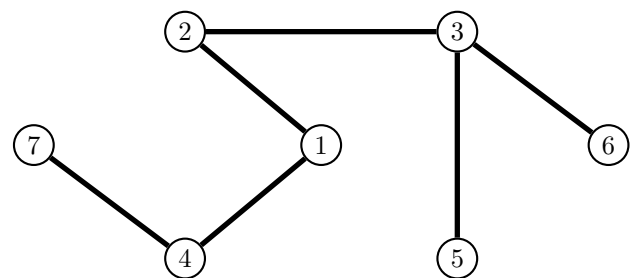
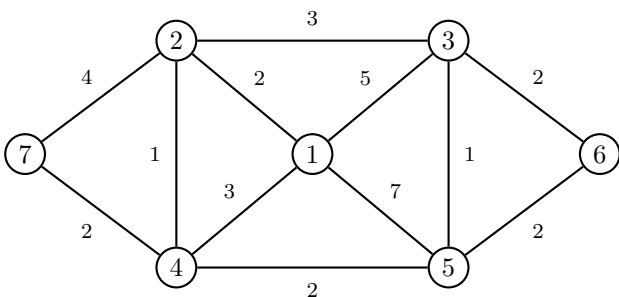
I 3

II 2

III 1

e) Modificare il costo di 2 archi dell'albero in modo tale che sia un albero dei cammini minimi. Giustificare la risposta.

2) Si considerino il problema dell'albero di copertura di costo minimo sul grafo di sinistra e l'albero riportato a destra:



a) La seguente affermazione è corretta?

A Nel grafo esistono altri alberi di copertura che hanno lo stesso costo di quello a destra

b) Quali archi non soddisfano la condizione di ottimalità per cicli?

I nessuno

II $(2, 4), (5, 6)$

III $(2, 4), (4, 5)$

c) Quali archi non soddisfano la condizione di ottimalità per tagli?

I $(2, 4), (5, 6)$

II $(3, 6)$

III $(1, 2), (1, 4), (2, 3)$

d) Quanti alberi di copertura di costo minimo esistono nel grafo?

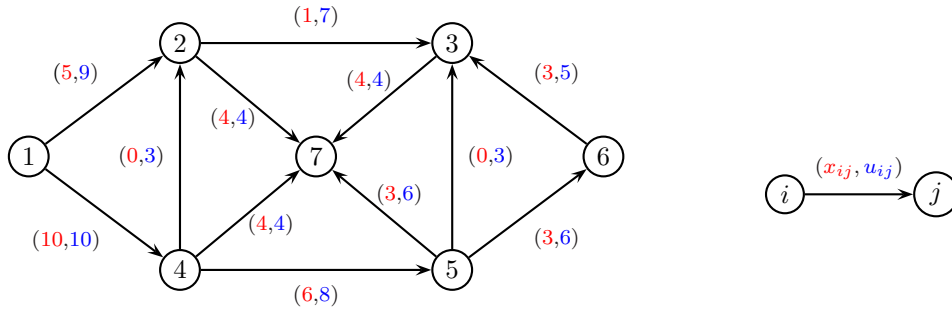
I 2

II 3

III 1

e) Modificare il costo del minor numero possibile di archi del grafo in modo tale che l'albero dato sia un albero di copertura di costo minimo. Giustificare la risposta

3) Si consideri il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sul grafo seguente:



a) La seguente affermazione è corretta?

A La capacità del taglio $(\{1, 2\}, \{3, 4, 5, 6, 7\})$ è 24

b) Qual è un cammino aumentante?

I $\{1, 2, 3, 7\}$

II $\{1, 2, 3, 6, 5, 7\}$

III non ce ne sono

c) Qual è il taglio di capacità minima individuato dall'algoritmo di Edmonds-Karp (a partire dal flusso dato)?

I $(\{1, 2, 4\}, \{3, 5, 6, 7\})$

II $(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{7\})$

III $(\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6, 7\})$

d) Aumentando la capacità dell'arco $(2, 7)$ a $u_{27} = 6$, di quanto aumenta il valore del flusso massimo?

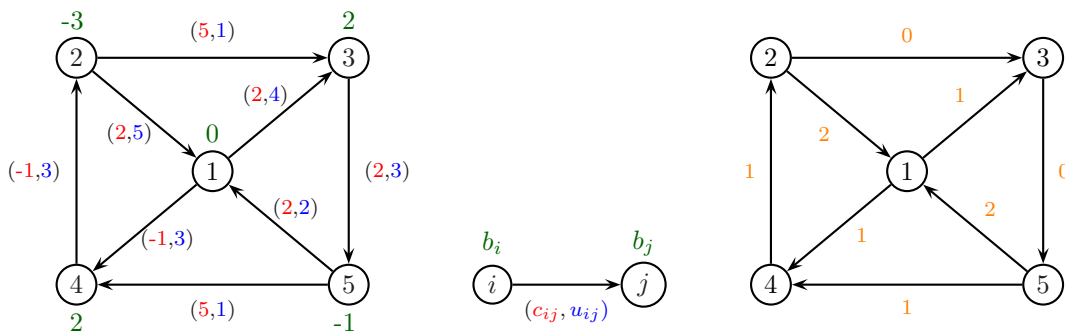
I 2

II 1

III 0

e) È possibile modificare la capacità di 1 solo arco in modo tale che il valore del flusso massimo sia 20? Giustificare la risposta.

4) Si considerino il problema di flusso di costo minimo sul grafo di sinistra e lo pseudoflusso x riportato a destra:



a) La seguente affermazione è corretta?

A Il vettore degli sbilanciamenti è $e_x = (2, 2, -1, -1, -2)$ e lo sbilanciamento complessivo è $g(x) = 0$

b) Per quali valori del costo dell'arco (4, 2) lo pseudoflusso risulta minimale?

I $c_{42} \leq -1$

II $c_{42} \geq 1$

III $c_{42} = -1$

c) Quale dei seguenti è un cammino aumentante di costo minimo?

I {1, 5}

II {3, 1, 2}

III {2, 1, 3}

d) Qual è la massima quantità di flusso che si può inviare lungo il cammino aumentante {2, 1, 3}?

I 3

II 1

III 2

e) Com'è possibile modificare il valore di x su un solo arco in modo che lo pseudoflusso risultante non sia minimale? Giustificare la risposta.