

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2021/22)

1) *Eta Beta* ha appena finito di realizzare l'ultima versione del suo zaino *TiBag*. Sfruttando le ultime scoperte della fisica oortiana, lo zaino ha una capienza davvero portentosa. Infatti, è possibile configurare il suo interno attivando fino a m multiversi tridimensionali di volume apparentemente trascurabile ma in cui è possibile riporre oggetti anche molto voluminosi. La capacità originale dello zaino è C litri, il multiverso j ne fornisce ulteriori M_j ma la procedura per la sua attivazione richiede complesse trasformazioni fisiche di costo c_j .

In partenza per la fiera *Uomo del Futuro*, *Eta Beta* intende portare con sé, dentro al suo *TiBag*, alcuni dei suoi n articoli supertecnologici, che sono arbitrariamente deformabili ma di volume invariabile. L'articolo i ha volume v_i e valore di mercato b_i . Confidando nella loro qualità, *Eta Beta* è sicuro di vendere al valore di mercato tutti quelli che porterà.

Aiuta *Eta Beta* a preparare il suo viaggio, formulando in termini di P.L.I. il problema di decidere come configurare lo zaino *TiBag*, quali articoli portare alla fiera e come distribuirli all'interno dello zaino in modo da massimizzare il profitto atteso (dato dalla differenza tra il ricavo totale della vendita degli articoli ed i costi di attivazione dei multiversi).

Scelete le famiglia di variabili

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se l'articolo } i \text{ viene inserito nello spazio originale del TiBag,} \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{se il multiverso } j \text{ viene attivato,} \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m$$

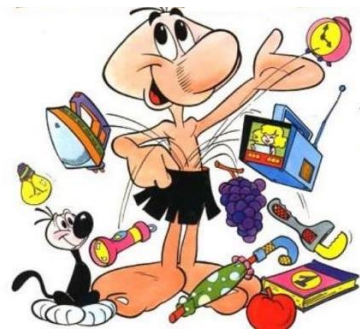
$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se l'articolo } i \text{ viene inserito nel multiverso } j, \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

parte della formulazione è data dai vincoli riportati qua sotto:

max

$$\sum_{i=1}^n v_i x_i \leq C$$

$$x_i, x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$



Selezionare tra le funzioni obiettivo ed i vincoli seguenti tutti quelli che permettono di completare correttamente la formulazione.

A $\sum_{i=1}^n b_i \left(x_i + \sum_{j=1}^m x_{ij} \right) - \sum_{j=1}^m c_j y_j$ (funzione obiettivo)

B $\sum_{i=1}^n b_i \left(\sum_{i=1}^n x_i + \sum_{j=1}^m x_{ij} \right) - \sum_{j=1}^m c_j y_j$ (funzione obiettivo)

C $x_i + \sum_{j=1}^m x_{ij} \leq 1 \quad i = 1, \dots, n$

D $x_i \sum_{j=1}^m x_{ij} = 0 \quad i = 1, \dots, n$

E $x_i + x_{ij} \leq 1 \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m$

F $\left(\sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \right) y_j \leq M_j \quad j = 1, \dots, m$

G $\sum_{i=1}^n v_i (x_i + x_{ij}) \leq M_j y_j \quad j = 1, \dots, m$

H $\sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq M_j y_j \quad j = 1, \dots, m$

2) Affascinato dal fantasmagorico zaino *TiBag* di Eta Beta, l'amministratore delegato della *Oort Cloud Faces* ne ha acquisito il brevetto e commissionato un urgente piano di produzione per gli n stabilimenti aziendali disseminati nei meandri della Nube. L'amministratore esige che ne siano prodotte almeno T unità e ha messo a disposizione un budget di K nugoli di platino. Il direttore generale *Atomino Bip Bip* stima in c_i nugoli il costo di produzione di un'unità nello stabilimento i , la cui capacità produttiva sarà u_i unità mentre non sarà tecnicamente possibile avviarla la produzione per produrne meno di l_i .

Aiuta Atomino Bip Bip a determinare il piano di produzione, formulando in termini di P.L.I. il problema di decidere in quali stabilimenti produrre gli zaini *TiBag* e quanti produrne in ciascuno nel rispetto dei vincoli di budget e di produzione in modo da ripartire equamente il costo tra gli stabilimenti, cioè in modo da minimizzare la massima differenza tra i costi di produzione sostenuti nei vari stabilimenti.

Scelte le famiglie di variabili:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se gli zaini TiBag vengono prodotti nello stabilimento } i, \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_i = \text{unità di TiBag prodotte nello stabilimento } i,$$

parte della formulazione è data dalla funzione obiettivo e dai vincoli riportati sotto:

$$\min z$$

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \leq K$$

$$y_i \in \{0, 1\}, x_i \in \mathbb{Z}_+ \quad i = 1, \dots, n,$$



dove la variabile ausiliaria z fornisce un'approssimazione superiore della massima differenza tra i costi di produzione.

Selezionare tra i vincoli seguenti tutti quelli che permettono di completare correttamente la formulazione.

A $c_i x_i - c_j x_j \leq z \quad i = 1, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$

B $c_j x_j - c_i x_i \leq z \quad i = 1, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$

C $l_i y_i \leq x_i y_i \quad i = 1, \dots, n$

D $l_i y_i \leq x_i \quad i = 1, \dots, n$

E $x_i = u_i y_i \quad i = 1, \dots, n$

F $x_i \leq u_i y_i \quad i = 1, \dots, n$

G $\sum_{i=1}^n x_i \geq T$

H $\sum_{i=1}^n x_i y_i \geq T$