

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2019/20)

1) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{array}{rcll} \max & \alpha x_1 & + & \beta x_2 \\ & & & x_2 \leq 1 \\ & x_1 & - & x_2 \leq 1 \\ & 2x_1 & + & x_2 \leq 4 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 2 \end{array}$$

Utilizzando il teorema degli scarti complementari, si individuino tutte le coppie di valori dei parametri α e β per cui la soluzione $\bar{x} = (-1, 1)$ è ottima. Scelti $\alpha = -1$ e $\beta = 1$, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema. Giustificare le risposte.

2) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{array}{rcll} \max & & & x_2 \\ & -2x_1 & + & x_2 \leq 4 \\ & & & x_2 \leq 4 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 4 \\ & -x_1 & & \leq 0 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplexso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante. Si discuta infine l'eventuale degenerazione delle soluzioni ottime primale e duale individuate. Giustificare le risposte.

3) Calcolare un taglio di Gomory per il seguente problema di Programmazione Lineare Intera

$$\begin{array}{rcll} \max & -4x_1 & - & x_2 \\ & 3x_1 & + & 2x_2 \geq 11 \\ & x_1 & + & 2x_2 \geq 7 \\ & x_1, x_2 & \geq & 0 \\ & x_1, x_2 & \in & \mathbb{Z}. \end{array}$$

4) Si consideri il seguente problema dello zaino:

$$\begin{array}{rcll} \max & 18x_1 & + & 22x_2 & + & 16x_3 & + & 23x_4 \\ & 5x_1 & + & 6x_2 & + & 4x_3 & + & 3x_4 \leq 8 \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & \in & \{0, 1\} \end{array}$$

Si individui una soluzione ottima del problema utilizzando il seguente metodo "Branch and Bound": la soluzione ammissibile di partenza è ottenuta utilizzando l'algoritmo "greedy" basato sui rendimenti, la valutazione superiore è ottenuta risolvendo il rilassamento continuo, la ramificazione viene eseguita sull'eventuale variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento e l'albero di enumerazione è visitato in ampiezza.