

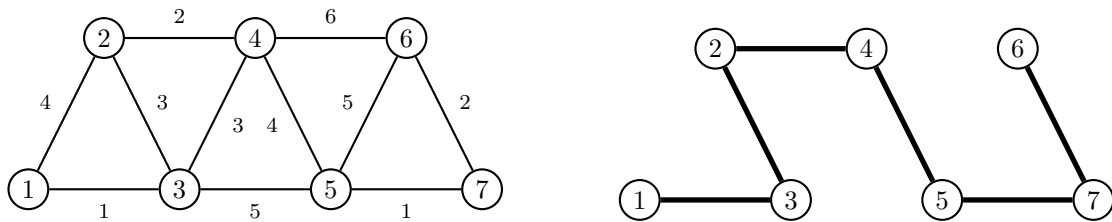
**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2019/20)**

1) Ritiratosi a meditare nelle profondità di una caverna, *Aristocle* ha portato con sé i 10 tomi in cui sono raccolte le sue opere. Spaventato da ombre e da un'eco costante, decide di mettere al riparo i tomi dentro una cavità della parete, in cui però non possono entrare tutti. Aristocle stima in  $U$  il volume della cavità e in  $a_i$  il volume del tomo  $i$ , a cui attribuisce un valore  $p_i$ . Per agevolare la scelta decide inoltre che

- al più uno tra i tomi 1, 2 e 3 può venir inserito nella cavità
- almeno uno tra i tomi 3, 7 e 10 deve essere inserito nella cavità
- il tomo 5 può essere inserito solo se viene inserito anche il tomo 9
- se il tomo 9 viene inserito, allora deve essere inserito almeno uno tra i tomi 2 e 7.

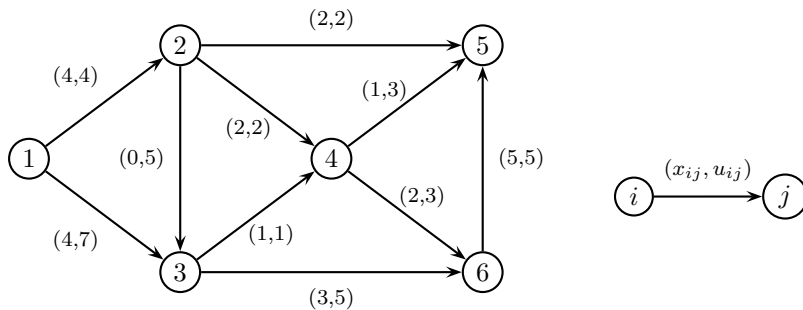
Aiuta Aristocle a decidere quali tomi inserire nella cavità nel rispetto della sua capacità e delle condizioni sopra elencate in modo da massimizzare il valore complessivo dei tomi selezionati. A tal fine si formuli il problema in termini di P.L.I.

2) Si consideri il problema dell'albero di copertura di costo minimo sul grafo di sinistra:



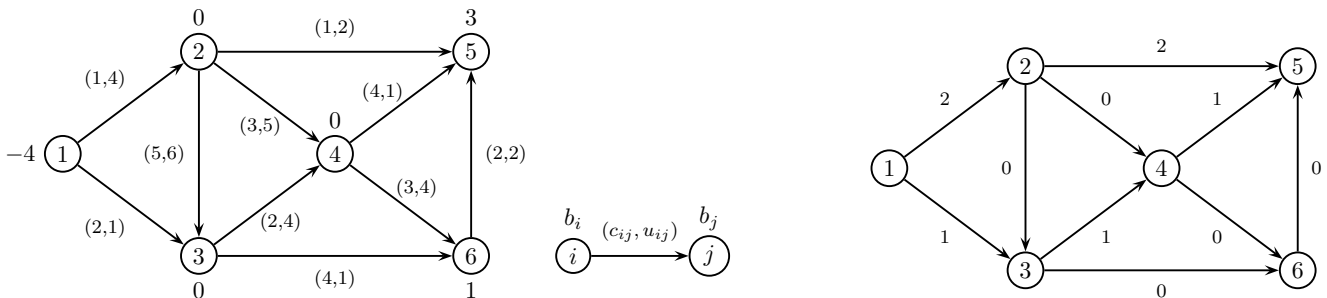
Dire se l'albero a destra è un albero di costo minimo utilizzando la caratterizzazione dell'ottimalità per cicli. Supponendo che i costi degli archi  $(3,5)$ ,  $(4,5)$  e  $(4,6)$  siano rispettivamente  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , dire per quali valori di  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  lo stesso albero è di costo minimo utilizzando la caratterizzazione dell'ottimalità per tagli. Giustificare tutte le risposte.

3) Si consideri il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 5 sul grafo seguente:



Dire se il flusso riportato in figura è massimo. Qualora non lo fosse, applicare un algoritmo per trovare un flusso massimo ed un taglio di capacità minima. Il taglio individuato è l'unico di capacità minima? Giustificare tutte le risposte.

4) Si consideri il problema di flusso di costo minimo sul grafo di sinistra.



Si risolva il problema utilizzando l'algoritmo dei cammini minimi successivi a partire dallo pseudoflusso minimale riportato sul grafo a destra. Ad ogni iterazione si forniscano l'albero dei cammini minimi con le relative etichette, il cammino aumentante selezionato con la quantità di flusso inviata, lo pseudoflusso ottenuto con il suo costo, i relativi sbilanciamenti dei nodi e lo sbilanciamento complessivo. Al termine si fornisca la soluzione ottima trovata.

Si modifichi il costo di almeno due archi in modo tale che la soluzione trovata rimanga comunque un flusso di costo minimo, giustificando la risposta.