

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2018/19)

1) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2\alpha x_1 - \beta x_2 \\
 & -x_2 \leq 0 \\
 -2x_1 + & x_2 \leq 2 \\
 -x_1 + & x_2 \leq 2 \\
 & x_2 \leq 2 \\
 x_1 & \leq 4
 \end{aligned}$$

Utilizzando il teorema degli scarti complementari, si individuino tutte le coppie di valori dei parametri α e β per cui la soluzione $\bar{x} = (-1, 0)$ è ottima. Scelti $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema. Giustificare le risposte.

2) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & -x_1 - x_2 \\
 x_1 + & x_2 \leq 4 \\
 x_1 & \leq 2 \\
 x_1 - & x_2 \leq 1 \\
 & -x_2 \leq 0 \\
 -x_1 - & x_2 \leq -1
 \end{aligned}$$

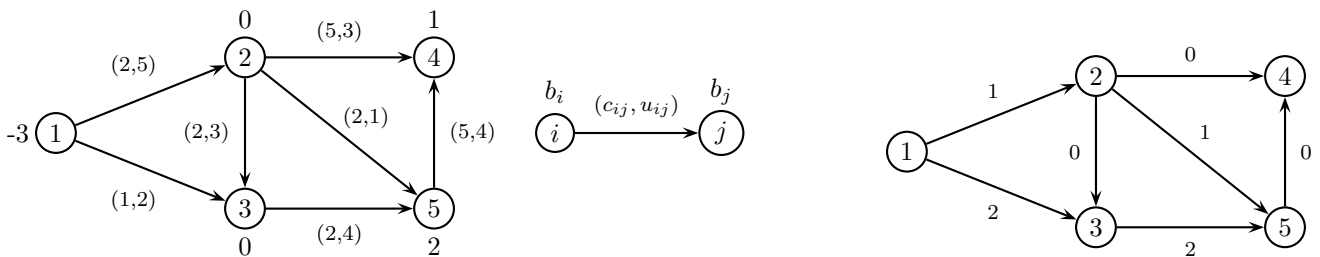
Si risolva il problema applicando l'algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante. Si discuta infine l'eventuale degenerazione delle soluzioni ottime primale e duale individuate. Giustificare le risposte.

3) Si consideri il seguente problema dello zaino:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2x_1 + 6x_2 + 18x_3 + 20x_4 + 10x_5 \\
 & 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 2x_5 \leq 9 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

Si individui una soluzione ottima del problema utilizzando il seguente metodo "Branch and Bound": la soluzione ammissibile di partenza è ottenuta risolvendo l'algoritmo "greedy" basato sui rendimenti, la valutazione superiore è ottenuta risolvendo il rilassamento continuo, la ramificazione viene eseguita sull'eventuale variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento e l'albero di enumerazione è visitato in ampiezza.

4) Si consideri il problema di flusso di costo minimo sul grafo di sinistra.



Si risolva il problema utilizzando l'algoritmo dei cammini minimi successivi a partire dallo pseudoflusso minimale riportato sul grafo a destra. Ad ogni iterazione si forniscano l'albero dei cammini minimi con le relative etichette, il cammino aumentante selezionato con la quantità di flusso inviata, lo pseudoflusso ottenuto con il suo costo, i relativi sbilanciamenti dei nodi e lo sbilanciamento complessivo. Al termine si fornisca la soluzione ottima trovata. Infine, si modifichi il costo di uno o più archi in modo tale che la soluzione trovata non sia più un flusso di costo minimo, giustificando la risposta.