

# Indice

<b>1</b>	<b>Problemi e Modelli</b>	<b>1</b>
1.1	Problemi . . . . .	2
1.2	Modelli . . . . .	7
1.2.1	Programmazione Lineare . . . . .	7
1.2.2	Variabili logiche . . . . .	12
1.2.3	Relazioni logiche . . . . .	18
1.2.4	Vincoli di assegnamento e semiassegnamento . . . . .	20
1.2.5	Selezione di sottoinsiemi . . . . .	26
1.2.6	Variabili a valori discreti . . . . .	29
1.2.7	Minima quantità positiva prefissata . . . . .	34
1.2.8	Funzione con carico fisso . . . . .	35
1.2.9	Vincoli di soglia . . . . .	36
1.2.10	Come rappresentare il valore assoluto . . . . .	38
1.2.11	Funzioni lineari a tratti . . . . .	40
1.2.12	Vincoli disgiuntivi . . . . .	44
1.2.13	Un esempio di formulazione e alcuni esercizi . . . . .	46
<b>2</b>	<b>Grafi e reti di flusso</b>	<b>53</b>
2.1	Flussi su reti . . . . .	53
2.1.1	Alcuni modelli di flusso . . . . .	56
2.1.2	Trasformazioni equivalenti . . . . .	58
2.2	Visita di un grafo . . . . .	61
2.2.1	Implementazioni della procedura di visita . . . . .	62
2.2.2	Usi della procedura di visita . . . . .	64
2.3	Cammini di costo minimo . . . . .	67
2.3.1	Il problema . . . . .	68
2.3.2	Alberi, etichette e condizioni di ottimo . . . . .	70
2.3.3	L'algoritmo <i>SPT</i> . . . . .	72
2.3.4	Algoritmi a coda di priorità . . . . .	76
2.3.5	Algoritmi a selezione su lista . . . . .	80
2.3.6	Cammini minimi su grafi aciclici . . . . .	83
2.3.7	Cammini minimi con radici multiple . . . . .	84
2.4	Albero di copertura di costo minimo . . . . .	85

2.4.1	Algoritmo di Kruskal . . . . .	87
2.4.2	Algoritmo di Prim . . . . .	89
2.4.3	Albero di copertura bottleneck . . . . .	91
2.5	Il problema di flusso massimo . . . . .	93
2.5.1	Tagli, cammini aumentanti e condizioni di ottimo . . .	94
2.5.2	Algoritmo per cammini aumentanti . . . . .	97
2.5.3	Algoritmo basato su preflussi . . . . .	101
2.5.4	Flusso massimo con più sorgenti/pozzi . . . . .	106
2.6	Il problema di flusso di costo minimo . . . . .	107
2.6.1	Cammini, cicli aumentanti e condizioni di ottimo . . .	108
2.6.2	Algoritmo basato su cammini minimi successivi . . . .	111
2.6.3	Algoritmo basato su cancellazione di cicli . . . . .	115
2.6.4	Basi di cicli . . . . .	117
2.7	Problemi di accoppiamento . . . . .	119
2.7.1	Accoppiamento di massima cardinalità . . . . .	120
2.7.2	Assegnamento di costo minimo . . . . .	123
2.7.3	Accoppiamento di massima cardinalità bottleneck . .	126
<b>3</b>	<b>Programmazione Lineare</b> . . . . .	<b>131</b>
3.1	Problemi di Programmazione Lineare . . . . .	131
3.1.1	Geometria della Programmazione Lineare . . . . .	136
3.2	Teoria Matematica della Dualità . . . . .	147
3.2.1	Coppie di problemi duali . . . . .	147
3.2.2	Il teorema debole della dualità . . . . .	152
3.2.3	Il teorema forte della dualità e sue conseguenze . . . .	153
3.2.4	Il teorema degli scarti complementari . . . . .	158
3.2.5	Soluzioni complementari e basi . . . . .	163
3.3	Algoritmi del Simplex . . . . .	168
3.3.1	L'algoritmo del Simplex Primale . . . . .	168
3.3.2	L'algoritmo del Simplex Duale . . . . .	183
3.3.3	Analisi post-ottimale . . . . .	190
<b>A</b>	<b>Algoritmi e complessità</b> . . . . .	<b>197</b>
A.1	Modelli computazionali . . . . .	197
A.2	Misure di complessità . . . . .	198
A.3	Problemi trattabili e problemi intrattabili . . . . .	199
A.3.1	Le classi $\mathcal{P}$ e $\mathcal{NP}$ . . . . .	200
A.3.2	Problemi $\mathcal{NP}$ -completi e problemi $\mathcal{NP}$ -ardui . . . . .	201
A.3.3	Complessità ed approssimazione . . . . .	203
A.4	Algoritmi . . . . .	205
A.4.1	Algoritmi greedy . . . . .	205
A.4.2	Algoritmi di ricerca locale . . . . .	208
A.4.3	Algoritmi enumerativi . . . . .	211

<b>B Grafi e Reti</b>	<b>217</b>
B.1 I grafi: notazione e nomenclatura . . . . .	217
B.1.1 Grafi, nodi, archi . . . . .	217
B.1.2 Cammini, cicli . . . . .	219
B.1.3 Tagli e connettività . . . . .	221
B.1.4 Alberi . . . . .	222
B.2 Rappresentazione di grafi ed alberi . . . . .	225
B.2.1 Matrici di incidenza e liste di adiacenza . . . . .	225
B.2.2 Rappresentazione di alberi: la funzione predecessore . . . . .	228
B.2.3 Visite di un albero . . . . .	228
B.2.4 Livello dei nodi di un albero . . . . .	229