

# CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare  
A.A. 2014-2015 - Appello dell'11 settembre 2015

**NOME**

**COGNOME**

---

**Esercizio 1.** Data la matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -4 & 0 & 6 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \end{bmatrix},$$

- (a) Si determinino dimensioni e basi di  $S(A)$ ,  $N(A)$  e  $N(A)^\perp$ .
- (b) (*facoltativo*) Si consideri l'applicazione lineare  $g : N(A)^\perp \rightarrow S(A)$ , definita come  $g(x) = Ax$ , ovvero la restrizione a  $N(A)^\perp$  dell'applicazione definita da  $A$ . Si determini la matrice  $B$  che rappresenta  $g$  rispetto alle basi trovate al punto (a).

**Esercizio 2.** È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} k & 1 & 1 \\ 0 & k & 1 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix},$$

con  $k \in \mathbb{R}$ .

- (a) Si calcoli  $\det A$ .
- (b) Per  $k = 1$  si calcoli  $A^{-1}$ .
- (c) Per  $k = 1$  si verifichi la relazione  $A^{-1} = A^2 - 3A + 2I$ .

**Esercizio 3.** Si consideri la matrice di Vandermonde  $V$ , riferita a due nodi  $x_0, x_1$ , non necessariamente distinti.

- (a) Esistono scelte dei nodi tali che  $V$  sia non diagonalizzabile? In caso affermativo si dia un esempio numerico.
- (b) Per  $x_0 = x_1 = 1$  si verifichi che  $V$  è diagonalizzabile e si determini la matrice  $S$  di una trasformazione che diagonalizza  $V$ .

**Esercizio 4.** Sono dati la funzione  $f(x) = \cos^2(\pi x) - \sin^2(\pi x)$ , e i nodi  $x_0 = -1/2$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1/4$ .

- (a) Si calcolino i coefficienti del polinomio  $p(x)$  di interpolazione di grado massimo due, che approssima  $f(x)$  nei nodi assegnati.
- (b) Si calcolino i coefficienti del polinomio  $q(x)$  di grado massimo uno che approssima ai minimi quadrati  $f(x)$  nei nodi assegnati.