

CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare
A.A. 2014-2015 - Appello dell'11 settembre 2015

NOME

COGNOME

Esercizio 1. Data la matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -4 & 0 & 6 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \end{bmatrix},$$

- (a) Si determinino dimensioni e basi di $S(A)$, $N(A)$ e $N(A)^\perp$.
- (b) (*facoltativo*) Si consideri l'applicazione lineare $g : N(A)^\perp \rightarrow S(A)$, definita come $g(x) = Ax$, ovvero la restrizione a $N(A)^\perp$ dell'applicazione definita da A . Si determini la matrice B che rappresenta g rispetto alle basi trovate al punto (a).

Esercizio 2. È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} k & 1 & 1 \\ 0 & k & 1 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix},$$

con $k \in \mathbb{R}$.

- (a) Si calcoli $\det A$.
- (b) Per $k = 1$ si calcoli A^{-1} .
- (c) Per $k = 1$ si verifichi la relazione $A^{-1} = A^2 - 3A + 2I$.

Esercizio 3. Si consideri la matrice di Vandermonde V , riferita a due nodi x_0, x_1 , non necessariamente distinti.

- (a) Esistono scelte dei nodi tali che V sia non diagonalizzabile? In caso affermativo si dia un esempio numerico.
- (b) Per $x_0 = x_1 = 1$ si verifichi che V è diagonalizzabile e si determini la matrice S di una trasformazione che diagonalizza V .

Esercizio 4. Sono dati la funzione $f(x) = \cos^2(\pi x) - \sin^2(\pi x)$, e i nodi $x_0 = -1/2$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1/4$.

- (a) Si calcolino i coefficienti del polinomio $p(x)$ di interpolazione di grado massimo due, che approssima $f(x)$ nei nodi assegnati.
- (b) Si calcolino i coefficienti del polinomio $q(x)$ di grado massimo uno che approssima ai minimi quadrati $f(x)$ nei nodi assegnati.