

# CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare  
A.A. 2013/2014 - Appello dell'8 luglio 2014

**NOME**

**COGNOME**

---

**Esercizio 1** Si considerino  $U$  e  $V$ , sottospazi di  $\mathbf{R}^3$ , generati rispettivamente dai vettori

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \text{e} \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Si consideri poi il sottoinsieme  $W$  così definito:

$$W = \{\mathbf{w} \in \mathbf{R}^3 \mid \mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \mathbf{v}, \mathbf{v} \in V\},$$

dove

$$\mathbf{w}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Si determinino i vettori dell'intersezione  $X = U \cap W$ , esprimendoli nella forma  $\mathbf{w}_0 + \alpha \mathbf{v}_0$ , dove  $\mathbf{v}_0$  è un opportuno vettore di  $V$ .

**Esercizio 2** Si consideri la matrice:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si calcoli l'inversa di  $A$ .
- (b) Si calcoli  $\det(A - A^{-1})$ .
- (c) (*facoltativo*) Che cosa si può dedurre dal punto precedente riguardo agli autovalori di  $A$ ?

**Esercizio 3** È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & k & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

con  $k$  numero reale.

- (a) Si verifichi che  $A$  è non singolare per qualunque valore di  $k$ .
- (b) Si determinino tutti i valori di  $k$  per cui  $A$  non è diagonalizzabile.

**Esercizio 4** Si consideri la funzione  $f(x) = x \sin(\pi x)$  nei nodi  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1/2$ ,  $x_2 = 1$ .

- (a) si calcolino i coefficienti del polinomio  $p(x)$  di interpolazione, di grado massimo 2, che approssima  $f(x)$  nei nodi assegnati;
- (b) esistono polinomi  $q(x)$ , di grado massimo 2, che soddisfano le condizioni  $q(x_0) = f(x_0)$ ,  $q'(x_1) = f'(x_1)$ ,  $q(x_2) = f(x_2)$ ?