

CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare
A.A. 2009/2010 - Appello del 4 maggio 2011

Esercizio 1 È data la matrice

$$A_k = \begin{bmatrix} -k & 2 & 1 \\ -1 & k-1 & 1 \\ 1 & 2 & -k \end{bmatrix},$$

con k numero reale.

- Si determinino tutti i valori k per i quali il sistema $A_k \mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha infinite soluzioni.
- Detto k_1 uno di tali valori di k si trovi una base ortonormale di $S(A_{k_1})$.
- Detta B la matrice 3×2 le cui colonne sono vettori della base ottenuta in (b) si trovi una matrice C , 2×3 , tale che sia $A_{k_1} = BC$.

Esercizio 2 Si consideri la matrice quadrata $A = (a_{ij})$ di ordine $2n$ così definita:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 2n - j + 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}.$$

Si calcolino autovalori e autovettori di A .

Esercizio 3 È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 2 \end{bmatrix}.$$

- Si determinino tutti i valori di α e β per i quali A non è diagonalizzabile per similitudine.
- Si scelgano due valori di α e β per cui A non è diagonalizzabile, e si verifichi che vale $(A - \lambda I)^2 = O$, dove λ è un autovalore di A .

Esercizio 4 Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$, e i punti $x_0 = -\pi/4$, $x_1 = 0$, $x_2 = \pi/4$.

- Si calcolino i coefficienti del polinomio $p(x)$ di grado massimo 2 che interpola $f(x)$ in x_0 , x_1 e x_2 ;
- si calcolino i coefficienti del polinomio di Taylor $q(x)$ di grado 2 che approssima $f(x)$ nell'intorno di 0;
- (*facoltativo*) si disegnino, confrontandoli, i grafici di $f(x)$, $p(x)$ e $q(x)$ nell'intervallo $(-\pi/2, \pi/2)$.