

CORSO DI LAUREA IN CHIMICA

Corso di Algebra lineare
A.A. 2011/2012 - Appello dell'11 settembre 2012

NOME

COGNOME

Esercizio 1 Si consideri l'applicazione lineare da \mathbf{R}^2 in \mathbf{R}^2 $f(\mathbf{x})$ così definita:

$$f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ x_1 + 3x_2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si determini la matrice A associata a $f(\mathbf{x})$ e alla base canonica di \mathbf{R}^2 .
- (b) Si determini la matrice B associata a $f(\mathbf{x})$ e alla base di \mathbf{R}^2 , formata dai seguenti vettori:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (c) Si calcolino gli autovettori di B .

Esercizio 2 Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si trovi una matrice B tale che $B^2 = A$ (suggerimento: si diagonalizzi A per similitudine).
- (b) (*facoltativo*) Date A simmetrica, e B tale che $B^2 = A$, è corretto affermare che $N(A) = N(B)$? Per le matrici A e B del punto (a) vale l'uguaglianza $N(A) = N(B)$?

Esercizio 3 È data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & k & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

con k reale non negativo.

- (a) Si considerino i cerchi di Gerschgorin, per righe e per colonne, le rispettive unioni e l'intersezione delle unioni. Per quali valori di k si può affermare che la matrice ha autovalori reali?
- (b) Si calcolino gli autovalori per $k = 1$.

Esercizio 4 Data la funzione $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, e i nodi $x_0 = -1/2$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1/2$.

- (a) Si calcolino i coefficienti del polinomio $p(x)$ che interpola la funzione nei nodi assegnati.
- (b) Si calcolino i coefficienti del polinomio $q(x)$ di grado massimo uno (retta di regressione lineare) $f(x)$ nei nodi assegnati.
- (c) Si disegnino i grafici di $f(x)$, $p(x)$ e $q(x)$ per x nell'intervallo $[-1, 1]$.